

**OBTENCIÓN DE LA FORMA DE SUPERFICIES
CONVEXAS ASFÉRICAS CON RAZON FOCAL
MENOR A 1**

por

Agustín Santiago Alvarado
Maestro en Ciencias

Tesis sometida como requisito parcial para obtener el
Grado de Doctor en Ciencias en la especialidad de
Óptica en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y
Electrónica

Supervisada por:

Dr. Sergio Vázquez y Montiel
Departamento de Instrumentación Óptico - Digital.

Tonantzintla, Puebla, México

Junio del 2001



2000

RESUMEN

En la construcción de superficies ópticas, una de las etapas finales consiste en comprobar si las superficies cumplen con las especificaciones dadas por el diseñador. De los métodos empleados para probar la calidad de las superficies ópticas, se ha observado que estos son factibles de implementar cuando las superficies tienen forma esférica y diámetros menores a 1 metro. Pero cuando son superficies esféricas convexas y mayores a 1 metro, pocos métodos resultan aplicables debido al alto costo en su implementación.

En este trabajo se propone un método para probar superficies esféricas convexas mayores a un metro y razón focal menor a 1 (también aplicable a cualquier tipo de superficie esférica). El método consiste en obtener la forma de la superficie bajo prueba a partir de sagitas o radios de curvatura. Para ello se diseñaron algunos instrumentos ópticos, con los cuales, se realizarán las mediciones, que serán procesadas en un programa de computo que también se elaboró.

En este trabajo, la metodología propuesta sólo se aplica, por ahora, a superficies ficticias generadas por computadora, para mostrar su funcionamiento; es decir, solo son simulaciones. Esto es debido a que las superficies reales a las que se aplicaran aún no son construidas(espejo

secundario y paneles del espejo primario del GTM). Sin embargo, en estas simulaciones se han obtenido excelentes resultados.

ABSTRACT

In the construction of optical surfaces one of the last stages is ensuring that the surfaces are in accordance with the specifications given by the designer. It has been observed that the methods used to test the shape of optical surfaces work well for spherical surfaces that are less than 1 meter in diameter. But in the case of aspherical convex surfaces that are more than 1 meter in diameter very few of the methods can be applied.

This study proposes a method to test aspherical convex surfaces of more than 1 meter in diameter and with a focal ration of less than 1 (also applicable to any other type of spherical surface). The method consists in obtaining the shape of the surface to be tested based on local measurements. To do this, some optical instruments were designed to make the measurements which would be processed in a computer program which had also been designed.

In this work, the proposed methodology is only applied to surfaces generated by computers to demonstrate their operation, since the real surfaces in which they would be applied have not yet been built (surfaces of LTM), and excellent results are achieved.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Sergio Vázquez y Montiel por la sugerencia y dirección del tema de ésta tesis, por sus valiosos consejos y apoyo que en todo momento me brindó, mi más sincero agradecimiento.

Al Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez por sus consejos y comentarios durante el desarrollo de esta tesis, mi más sincero agradecimiento.

A los doctores Esteban Luna, Octavio Cardona y Rosario Pastrana por su participación en la evaluación de ésta tesis, mi agradecimiento.

Al INAOE por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios, así como a los compañeros de generación mi más sincero agradecimiento.

A la UTM por el apoyo brindado en la última parte del desarrollo de la tesis mi profundo agradecimiento.

Finalmente mi más sincero, y más profundo agradecimiento a mi esposa Susana y mi hijo Moroni por su apoyo, paciencia y estímulos, sin los cuales difícilmente habría concluido este trabajo.

*A mi hijo Moroni
y esposa*

INDICE

Resumen	i
Abstract	ii
Agradecimientos	iii
Dedicatoria	iv
Planteamiento del problema y solución	x
Introducción	1
Capítulo 1	
Algoritmos Genéticos.	
1.1. Introducción.....	12
1.2. Bases Biológicas.....	14
1.3. Generalidades de los Algoritmos Genéticos.....	17
1.4. Cuando Aplicar un Algoritmo Genético.....	20
1.5. Diferencias entre los algoritmos genéticos y los métodos tradicionales de optimización.....	21
1.6. Estructura de un algoritmo genético.....	22
1.6.1. Generador de números aleatorios.....	23
1.6.2. Estructura de datos.....	24
1.6.3. Modulo de Evaluación.....	25
1.6.4. Selección de cromosomas.....	25
1.6.4.1. La rueda de la ruleta.....	26
1.6.4.2. Torneo de Eliminación.....	29
1.6.5. Cruza de cromosomas.....	30
1.6.6. La mutación.....	33
1.6.7. La extinción.....	34
1.7. Esquemas o bloque construidos.....	35
1.8. Conclusiones.....	37
Capítulo 2	

Superficies ópticas, función de mérito y Mínimos cuadrados

amortiguados

2.1. Introducción.....	38
2.2. Superficies ópticas.....	39
2.3. La función de mérito y las superficies ópticas.....	45
2.4. Mínimos cuadrados.....	49
2.5. Mínimos cuadrados amortiguados.....	50
2.6. Conclusiones.....	53

Capítulo 3

Perfilómetros y Esferómetros

3.1. Introducción.....	54
3.2. Perfilómetros.....	55
3.2.1. Perfilómetros ópticos.....	56
3.2.1.1. Resolución.....	57
3.2.2. Perfilómetros mecánicos.....	62
3.3. Esferómetros.....	65
3.3.1 Esferómetros mecánicos.....	66
3.3.1.1. Plantillas.....	66
3.3.1.2. Esferómetro de 3 patas.....	67
3.3.2. Esferómetros ópticos.....	69
3.3.3 Esferómetros interferométricos.....	70
3.3.3.1. Interferómetro de Newton.....	70
3.3.3.2. Interferómetro medidor de distancia.....	73
3.4. Conclusiones.....	74

Capítulo 4

Esferómetros propuesto

4.1. Antecedentes.....	75
4.2. Introducción.....	75
4.3. Análisis con una lente simple.....	76
4.3.1. Análisis de errores.....	79
4.3.2. Diseño final del esferómetro.....	81

4.4. Análisis con dos lentes simples.....	85
4.4.1. Análisis de errores.....	89
4.4.2. Diseño final.....	90
4.5. Conclusiones.....	94

Capítulo 5

Perfilómetro propuesto

5.1. Introducción.....	96
5.2. Diseño a primer orden.....	97
5.3. Cálculo de potencias.....	103
5.3.1. Caso I.....	103
5.3.2. Caso II.....	106
5.4. Cálculo de parámetros a primer orden.....	108
5.5. Análisis de errores.....	112
5.6. Parámetros del diseño final.....	116
5.7 Conclusiones.....	125

Capítulo 6

Interferómetro de Fizeau

6.1. Introducción.....	126
6.2. Análisis del diseño.....	127
6.3. Diseño final.....	130
6.4. Radio de curvatura.....	132
6.5. Análisis de errores.....	134
6.6. Evaluación.....	136
6.7 Conclusiones.....	141

Capítulo 7

Programas implementados

7.1. Introducción.....	142
7.2. Proceso de evaluación.....	143
7.3. Algoritmos para evaluar superficies cónicas.....	146
7.3.1. Medición de radios de curvatura.....	147

7.3.1.1 Algoritmo genético.....	148
7.3.1.2 Mínimos cuadrados amortiguados.....	153
7.3.2. Medición de sagitas.....	156
7.4. Algoritmos para evaluar superficies esféricas.....	157
7.4.1. Medición de radios de curvatura.....	158
7.4.1.1. Etapa de Algoritmos Genéticos.....	159
7.4.1.2. Etapa mínimos cuadrados amortiguados.....	161
7.4.2. Medición de sagitas.....	163
7.5. Análisis.....	165
7.6. Ejemplos.....	172
7.5. Conclusiones.....	176
Conclusiones	178
Apéndices	180
Referencias	195

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y POSIBLE SOLUCIÓN.

La prueba de superficies ópticas con forma esférica y de gran tamaño siempre ha sido una tarea difícil de realizar, y más cuando las superficies son cónicas convexas, principalmente porque la mayoría de los métodos utilizan componentes ópticas que tiene tamaños iguales o mayores a las superficies bajo prueba, haciendo con ello que el costo de implementación sea muy alto.

Con el inicio de la construcción del Gran Telescopio Milimétrico(GTM) entre el INAOE y la UMASS, el cuál tendrá 50 metros diámetro en su espejo primario y 2.7 metros en su espejo secundario siendo esta última una superficie cónica convexa. Surge la necesidad de probar y caracterizar la forma de estas superficies.

Para probar el espejo secundario del GTM proponemos medir algunas zonas de la superficie y a partir de ellas obtener la forma del espejo secundario. Para ello, se diseñaran algunos instrumentos ópticos(esferómetros y perfilómetros ópticos) que servirán como cabeza, para la máquina de medición XYZ, permitiendo conocer los radios de curvatura y coordenadas de algunos puntos sobre la superficie con gran precisión. Finalmente se realizaran algoritmos de cómputo para integrar esta información y conocer la forma de la superficie bajo prueba, los

cuáles trabajaran con las técnicas de Algoritmos Genéticos y mínimos cuadrados amortiguados en la fase de optimización.

El contenido de la tesis se presenta de la siguiente manera. En el capítulo 1, se presenta una revisión de la técnica de Algoritmos Genéticos como técnica de optimización, analizando sus desventajas y ventajas. Entre estas últimas está el hecho de que no requieren de un buen punto de partida, para encontrar soluciones aceptables. También se da la definición de la función de mérito que se usara en la evaluación de la superficie bajo prueba generada con Algoritmos Genéticos.

En el capítulo 2, se presenta un análisis de la técnica de mínimos cuadrados amortiguados, donde se presentan las bases para entender su funcionamiento, las ventajas y desventajas como mecanismo de optimización. Esta técnica, utilizará como punto de partida los resultados encontrados con algoritmos genéticos para encontrar el óptimo global. También se presenta la función de mérito a utilizar en los programas, y una clasificación de las superficies más comúnmente empleadas en óptica, así como la definición de la sagita y los radios de curvatura.

En el capítulo 3, se presenta una revisión del funcionamiento de los esferómetros y de los perfilómetros, los cuales, son comúnmente empleados en el taller de óptica para medir la curvatura de superficies

esféricas o para conocer la forma de éstas en las diversas etapas de su elaboración, presentamos sus ventajas y desventajas.

En el capítulo 4, presentamos el análisis y diseño de dos esferómetros, el primero un esferómetro óptico con elemento óptico móvil formado por una lente simple, el segundo un esferómetro óptico con dos lentes simples como elemento móvil. Se mencionan las ventajas y desventajas, así como las expresiones que caracterizan a cada uno de ellos, y el proceso a seguir para realizar las mediciones locales.

En el capítulo 5, se presenta el diseño de un perfilómetro óptico que trabaja con el sistema FOCOIVA(FOcal COntant Image VAriable), se dan las expresiones características, un análisis de errores, y se mencionan sus ventajas y desventajas.

El capítulo 6, presenta el análisis y diseño de un interferómetro de Fizeau para medir radios de curvatura en superficies cónicas, también se presentan las expresiones obtenidas para conocer la curvatura y constante de conicidad, y la metodología para hacerlo, dando sus ventajas y desventajas.

En el capítulo 7, se presentan los algoritmos implementados, los cuáles utilizan la técnica de algoritmos genéticos y mínimos cuadrados amortiguados en la fase de optimización. Se describe el alcance de los

algoritmos implementados para superficies cónicas y para superficies esféricas. También se presenta un análisis para definir los parámetros iniciales con los que trabajará algoritmos genéticos, se dan algunos ejemplos y los alcances y limitaciones de los mismos.

Finalmente se presentan las conclusiones de los resultados obtenidos con la metodología propuesta, se presenta una serie de apéndices que contienen los listados de los programas desarrollados y las referencias utilizadas en el transcurso del trabajo.

INTRODUCCION

1. El Gran Telescopio Milimétrico.

El Gran Telescopio Milimétrico (GTM) o Large Millimeter Telescope (LMT) es un proyecto binacional entre Estados Unidos (Universidad de Massachusetts) y México (INAOE) que será diseñado, construido y equipado con instrumentos científicos producto del trabajo conjunto de ingenieros, científicos, estudiantes e industriales de México y de Estados Unidos.

El "tamaño" que tendrá el telescopio será su principal característica para coleccionar y detectar las débiles señales de las fuentes cósmicas. Así como, para obtener observaciones más sensitivas a las longitudes de onda requeridas, el reflector primario del GTM tendrá un diámetro de 50 metros; tamaño que permitirá observar las fuentes más distantes cuya radiación fue emitida en las primeras etapas de formación del Universo ver figura 1.

El radiotelescopio será una estructura inteligente capaz de soportar una superficie metálica manteniendo su forma y contrarrestando en cada momento los efectos de la gravedad y las expansiones térmicas, para ello, el GTM usará los últimos avances en detectores y sistemas de cómputo

para evaluar continuamente las distorsiones y restaurar la superficie a la forma deseada instantáneamente. De esta manera, el GTM tendrá una estructura de bajo costo, peso ligero y relativamente flexible.

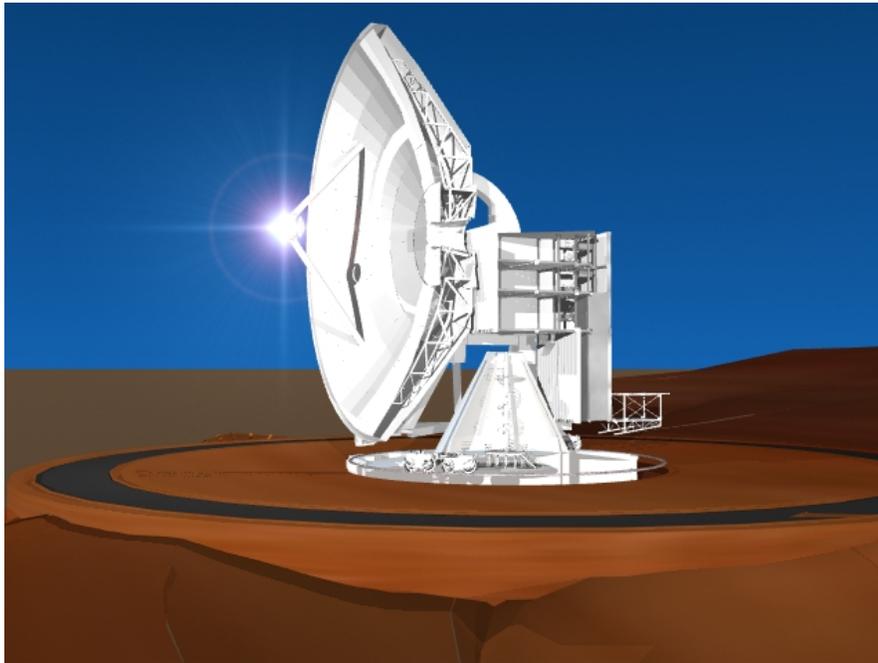


Figura 1. Gran Telescopio Milimétrico.

Su superficie reflejante no será una pieza única de metal, sino un conjunto de 126 paneles individuales cuyas posiciones relativas serán delicadamente orquestadas por comandos de computadora, resultando así en una superficie reflectora casi perfecta.

Las piezas fundamentales para lograr las metas científicas del GTM son sus instrumentos: los arreglos de receptores heterodinos y de

bolómetros sensitivos a longitudes de onda milimétricas. Cada dispositivo del arreglo convierte la señal de radio recibida en una serie de señales eléctricas, que son transformadas a su vez en valores numéricos proporcionales a la intensidad de la señal de radio recibida. El conjunto de estos valores numéricos es ensamblado en imágenes bidimensionales y tridimensionales en una computadora generando una imagen (variaciones del campo eléctrico) del cielo.

El telescopio será instalado en el Cerro La Negra en el Estado de Puebla a una altura de 4,640 metros sobre el nivel del mar. Esta latitud permite una buena cobertura de ambos hemisferios celestes. El bajo contenido de humedad en la atmósfera sobre el Cerro La Negra permitirá la operación rutinaria del radiotelescopio a frecuencias tan altas como 345 GHz.

Algunas de las metas de dicho proyecto son:

- ❖ Detectar ondas de radio las cuales iniciaron su viaje hacia la Tierra durante la época de formación de la Galaxia hace 10 mil millones de años cuando los primeros objetos del Universo empezaron su existencia.

- ❖ Caracterizar los procesos que llevan a la formación de estrellas en arreglos espirales en galaxias similares a la Vía

Láctea y los fenómenos que producen rápidos y caóticos nacimientos de estrellas cuando dos galaxias chocan entre sí.

- ❖ Estudiar las condiciones químicas y físicas en los lugares de formación estelar, es decir, en nubes moleculares densas y frías compuestas de gas y polvo. Además, descubrir la relación entre las condiciones de la nube molecular progenitora y los tipos de estrellas que se forman.
- ❖ Descubrir los mecanismos químicos que llevan a la formación de moléculas complejas y que tal vez den lugar a seres vivos.

2. Máquina XYZ

Para la construcción del GTM, el INAOE construyó “El Laboratorio de Superficies Asféricas”[1], el cual, integra los equipos y herramientas necesarias como son la máquina generadora de superficies, la máquina de medición por coordenadas y los sistemas ópticos de medición. Teniendo una capacidad de metrología y de maquinado muy alta con dimensiones 40 m de largo, 21m de ancho y 18 m de alto.

Para poder fabricar el subreflector se requiere de un equipo de medición por coordenadas en tres dimensiones ortogonales con una precisión de 10 μm (que es la precisión que le corresponde de todo el

telescopio que anda del orden de 70 a 75 μm), y de un equipo generador de superficies esféricas con una precisión de 5 μm .

El reflector secundario es un hiperboloide convexo de 2.57 m de diámetro y 0.45m de sagita. La precisión de su superficie debe ser como máximo 14 μm rms, incluyendo efectos de gravedad, viento y temperatura. Por razón de su movimiento oscilatorio, su peso no debe ser mayor de 100 Kg y su frecuencia natural no menor de 200Hz. Por estas especificaciones resulta que el reflector secundario será de fibra de Carbono, por lo que es necesario, primeramente, generar el molde en hierro nodular(con incrustaciones de esferas de grafito). Este último debe tener una rugosidad máxima de 5 μm rms.

El equipo Generador y Pulidor de Superficies Esféricas está construido con cuatro sistemas:

- ❖ Sistema Mecánico
- ❖ Sistema de Control
- ❖ Sistema de Generación de Superficies
- ❖ Sistema de pulido de Superficies

La máquina de medición por coordenadas está diseñada para medir piezas de gran tamaño y su primer trabajo sería ayudar en la fabricación y

medición de las superficies reflectoras del Gran Telescopio Milimétrico ver figura 2.

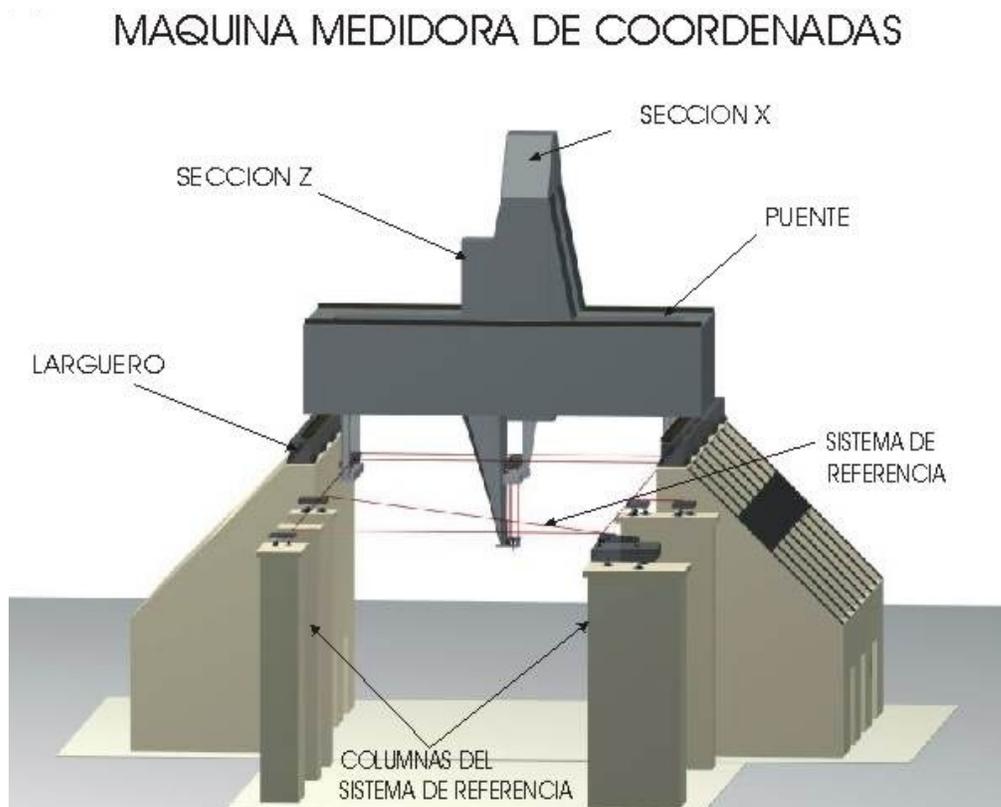


Figura2. Máquina XYZ

Esta máquina servirá para medir la forma del espejo secundario del telescopio, que por ser una superficie convexa, es difícil medir con pruebas ópticas tradicionales.

También se piensa en usar la máquina para verificar la forma de los segmentos del espejo primario cuyas dimensiones son aproximadamente 3 por 5 metros de lado, una vez que están ajustadas a

su perfil óptimo utilizando pruebas interferométricas. La máquina cuenta con un volumen de medición de 5 por 6.5 por 5.1 metros, es decir más de 150 metros cúbicos, y la precisión de medición dentro de este volumen será menos que diez micras en la versión final del instrumento, especificaciones que hasta ahora no se realiza en ningún instrumento de su tipo y volumen de medición[2] ver figura 3.



Figura 3. Foto de maquina medidora de coordenadas.

La máquina consiste en una estructura mecánica movable que soporta y posiciona un sensor respecto a la superficie a medir. Para evitar los errores en las mediciones debido a las deformaciones de la estructura y el juego (movimiento relativo) entre las componentes deslizantes, la máquina incorpora un sistema de referencia óptico. Este sistema consiste en una serie de haces de láser que cruzan el área de medición y definen un plano de referencia para las mediciones ver figura 4.

Se utiliza detectores de posición de haz para monitorear y fijar precisamente este plano dentro del laboratorio. Una serie de mesas ópticas, soportadas por la estructura de la máquina monitorean los haces de referencia continuamente. Estas mesas mantienen su ortogonalidad con el sistema de referencia mientras que proyectan el sistema hasta la cabeza de medición del instrumento.

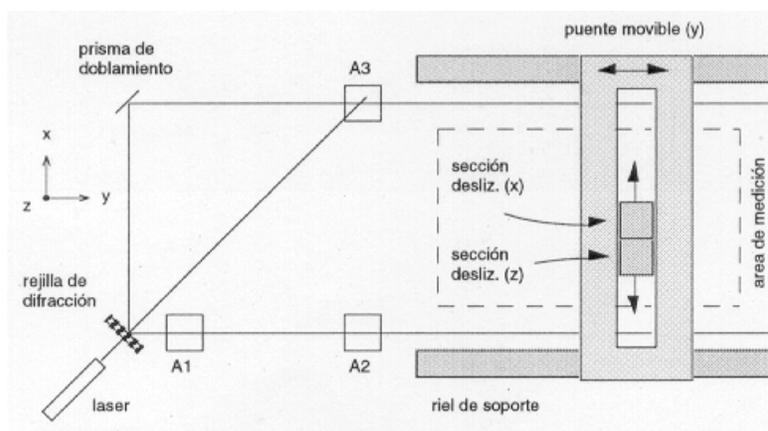


Figura 4. Máquina de medición de coordenadas.

El marco de metrología óptico para la máquina de medición de coordenadas (MMC) del INAOE se muestra en la figura 4. El haz de un láser He – Ne estabilizado de baja potencia es dividido en tres haces coplanarios a través de una rejilla de difracción. Estos tres haces definen un plano de referencia que se extiende sobre la máquina.

El plano está fijo en el espacio mediante tres detectores de cuadrante montados en bases rígidas, en los puntos A1, A2 y A3. Las señales de cada detector viajan a tres actuadores que soportan el láser,

para ajustar la definición del plano. Los actuadores A1 y A2 eliminan las inclinaciones y traslaciones del plano en (x) y (z). El detector A3 monitorea el haz diagonal eliminando la rotación del plano alrededor del eje definido por A1 y A2. Los puntos A1-3 y el piso bajo del área de medición comparten un cimiento masivo común, aislado del cimiento de la estructura mecánica de la MMC.

Una vez que se tiene el plano de referencia, este debe ser trasladado hasta la cabeza de medición por medio de placas activas. Las placas están soportadas por las secciones deslizantes del MMC, y se mueven a lo largo de los haces de referencia, mostrado en la figura 5(a).

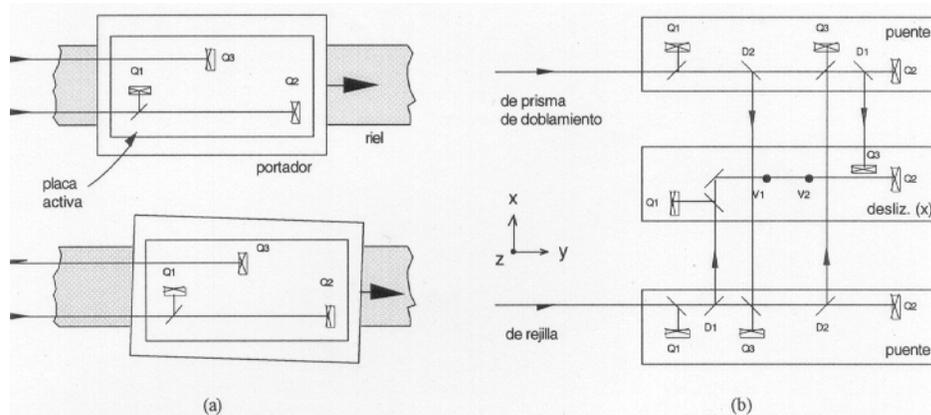


Figura 5. La placa activa: (a) concepto, (b) sistema de placas para la MMC del INAOE.

Para definir completamente la orientación de una placa, se necesitan dos haces y tres detectores. Los detectores Q1 y Q2 en la figura alinean la placa con respecto al primer haz. El detector Q3, que debe

estar colocado a fuera del eje definido por el primer haz, previene que la placa gire alrededor de este eje, mientras que el portador se mueve a lo largo del riel sujeto a los errores de distorsión y juego mencionado.

La figura 5(b) muestra el sistema de placas activas en la MMC. Dos placas se transportan sobre el puente movable, e interceptan los haces paralelos de la figura 3. La tercera placa se desliza sobre el brazo deslizante(x), con movimiento en (x, y). Dos divisores D1 desvían los haces de referencia a lo largo del puente, proporcionando a la tercera placa su propia referencia.

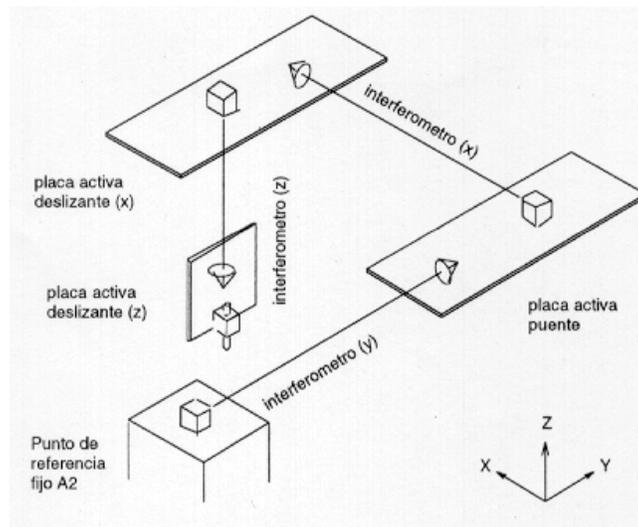


Figura 6. Los transductores de medición.

La MMC del INAOE usa interferómetros ópticos comerciales para medir las coordenadas (x, y, z) de la cabeza. Cada interferómetro consiste de un divisor con espejo de referencia integral, y un espejo retro-

reflectivo el cual se coloca en el camino variable. La figura 6 muestra el montaje en las placas activas. De esta manera los interferómetros también mantienen la ortogonalidad con el plano de referencia, y no están afectados por los errores de movimiento introducido por la estructura mecánica de la máquina.

La máquina de medición usa sistemas complejos de control para integrar funciones de movimiento y medición. Estos incluyen la alimentación y control de los motores que jalan la estructura mecánica, el monitoreo y ajuste del sistema de referencia por circuitos electrónicos de retroalimentación.

El buen funcionamiento de la máquina requiere de un alto control del ambiente y aislamiento del instrumento de vibraciones externas, lo que implicó la construcción de un nuevo laboratorio con control de temperatura y cimentaciones masivos y aisladas.

Inicialmente la máquina trabajará con un palpador de contacto sencillo, aunque está diseñada para soportar una variedad de sensores y palpadores. En este trabajo se describen los diseños y el análisis de los instrumentos que servirán como cabeza de medición para probar los paneles y el espejo secundario del GTM, también se presentan los algoritmos que permitirán conocer la forma de la superficie bajo prueba.

CAPITULO 1

ALGORITMOS GENÉTICOS

1.1 Introducción.

Una de las características más notables de la naturaleza es la existencia de organismos adaptados para la supervivencia en prácticamente cualquier ecosistema, incluso en los más inhóspitos. La importancia de este hecho se manifiesta cuando se considera que el medio ambiente se encuentra sometido a continuos cambios, lo cual motiva que ciertas especies se extingan y otras evolucionen y adquieran preponderancia gracias a su adaptación a la nueva situación.

Basándose en estos principios muchos investigadores han intentado trasladar dichos principios al campo de los algoritmos, con el objetivo de obtener sistemas con características similares. Bajo el término de *Técnicas Heurísticas Modernas*[3] se engloba a un conjunto de técnicas de búsqueda de soluciones, cuyo funcionamiento se inspira en los procesos naturales. Entre estas técnicas se encuentran los algoritmos genéticos[4].

Esta técnica se basa en los mecanismos de la selección natural, de acuerdo a los cuales los individuos más aptos de una población son los que sobreviven al adaptarse más fácilmente a los cambios que se producen en su entorno. Estos cambios se efectúan en los genes de un individuo, y sus atributos más deseables, es decir los que le permiten adaptarse mejor a su entorno, se transmiten a sus descendientes cuando éste se reproduce sexualmente[5].

Un AG se caracteriza por generar de manera aleatoria un conjunto de soluciones en una primera etapa, y empleando un conjunto de mecanismos basados en la selección natural, genera soluciones que son cada vez más aptas que las originales, lo que permite que la exploración de posibles soluciones en el espacio de búsqueda sea mayor que si se utilizaran métodos tradicionales.

Estos algoritmos fueron desarrollados por John Holland[6] en 1970 los cuales manipulaban cadenas de dígitos binarios(unos y ceros) que él llamo cromosomas. Estos algoritmos resolvían problemas de manera similar a la naturaleza, manipulando a ciegas cadenas y sin saber nada acerca del problema a resolver. La única información que se les dio fue la evaluación de cada cromosoma que producían, y tal evaluación se usó para predisponer la selección de cromosomas, de tal forma que aquellos con las mejores evaluaciones tendieran a reproducirse mas

frecuentemente que los que tuvieron malas evaluaciones. En este capítulo se menciona en que consiste esta técnica.

1.2. Bases Biológicas

La evolución de los seres vivos es un proceso extremadamente complejo y fascinante. A lo largo de la historia se ha tratado de explicar el funcionamiento del mismo mediante diversas teorías. Una de ellas es la teoría del Maltusianismo que menciona que dada la elevada tasa geométrica de reproducción de todos los seres orgánicos, su número tiende a crecer a ritmo exponencial. Cuando los alimentos, espacio físico, etc., están determinados y existen mucho más individuos de los que es posible que sobrevivan, se dará la lucha por la sobrevivencia, ya sea con individuos de la misma especie, de especies distintas, con el entorno, o intentando modificar sus características adversas. De aquí que si un individuo puede adaptarse a estas condiciones tendrá mayor probabilidad de sobrevivir y será seleccionado naturalmente[7].

La teoría de la selección de las especies sostiene que aquellos individuos de una población que posean las características más ventajosas dejarán proporcionalmente más descendencia en la siguiente generación; y si tales diferencias se deben a diferencias genéticas, que pueden transmitirse a los descendientes, tenderán a cambiar la composición genética de la población, aumentando el número de

individuos con dichas características. De esta forma la población completa de seres vivos se adapta a las circunstancias variables de su entorno. El resultado final es que los seres vivos tienden a perfeccionarse en relación con las circunstancias que los envuelven.

Actualmente, los mecanismos que dirigen la evolución no están completamente entendidos, pero algunas de sus características si son conocidas. La evolución tiene lugar en los cromosomas, dispositivos orgánicos para codificar la estructura de los seres vivos. Un ser vivo es creado, en parte, a través de un proceso de decodificación del cromosoma. Los procesos de codificado y descodificado del cromosoma son de los procesos que no están bien comprendidos, pero hay algunas características de la teoría de la evolución que son ampliamente aceptadas:

- 1) La evolución es un proceso que opera sobre los cromosomas que ellos codifican más que sobre los seres vivos.

- 2) La selección natural es la conexión entre los cromosomas y la capacidad de sobrevivencia de sus estructuras descodificadas. El proceso de selección natural conduce a que los cromosomas que codifican estructuras aptas se reproduzcan con más frecuencia que los cromosomas que codifican estructuras poco aptas. Es decir, la selección natural determina que miembros de la población sobrevivirán hasta

reproducirse. La selección constituye un proceso sencillo: Cuando un organismo falla en alguna prueba de idoneidad, simplemente perece.

3) El proceso de reproducción es el proceso en el cual la evolución tiene lugar, este proceso garantiza la mezcla y recombinación de los genes entre la descendencia. Debido a esta mezcla los seres vivos evolucionan a velocidad mucho mayor que si cada descendiente contuviera una mera copia de los genes de un único progenitor modificados a veces por una simple mutación.

4) La evolución biológica no tiene memoria. Todo lo que se conoce acerca de la creación de individuos que funcionan bien en su medio ambiente está contenido en el conjunto de cromosomas que portan los individuos y en la estructura de los decodificadores de cromosomas.

Holland pensó que incorporando tales características de manera apropiada en un algoritmo para computadora, se podría obtener una técnica para resolver problemas difíciles por el mismo camino en que la naturaleza lo hacía, a través de la evolución.

1.3. Generalidades de los Algoritmos Genéticos.

Un Algoritmo Genético es una técnica de búsqueda de solución a problemas basada en los principios de selección natural y supervivencia propuestos por Darwin, es decir utilizan una analogía directa del fenómeno evolutivo en la naturaleza para resolver problemas.

Existen dos mecanismos que ligan el problema a resolver con el algoritmo genético: el primero es la codificación del problema en un cromosoma y el otro es la función de evaluación que da una medida del valor de los cromosomas en el contexto del problema.

La técnica para codificar un problema puede variar de problema a problema y de algoritmo genético a algoritmo genético. La técnica más común para la codificación del problema es a través a cadenas binarias, cabe mencionar que ésta no es la única manera de hacerlo, se puede utilizar también números reales, letras, etc. la utilización de cadenas binarias es lo que ha tenido más auge debido a que es más sencillo de implementar además de que es la propuesta original de *Holland*.

La función de evaluación es la conexión entre el algoritmo genético y el problema que se va a resolver, la función de evaluación tiene como entrada a un cromosoma y como salida a uno o varios números, los cuales son una medida del funcionamiento del cromosoma en el contexto del problema a ser resuelto[8] ver figura. 1.1.



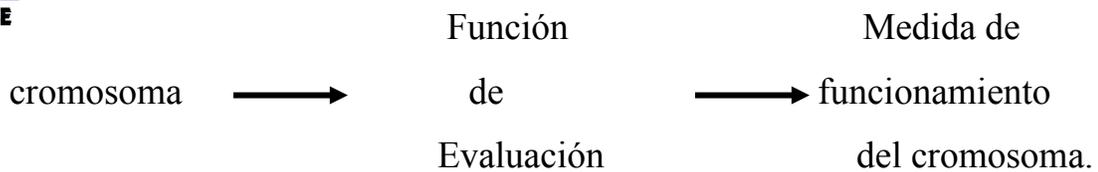
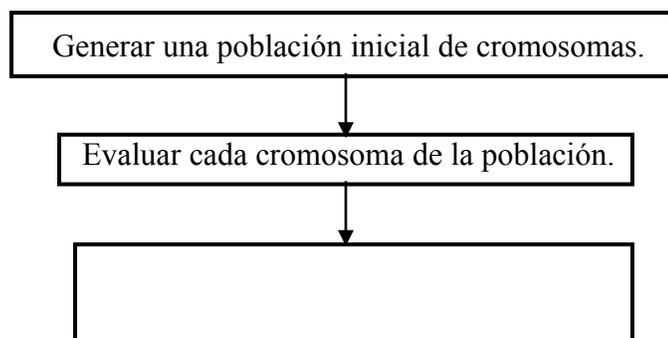


Figura 1.1. Función de evaluación.

Haciendo una analogía, la función de evaluación del algoritmo genético, es lo que correspondería al medio ambiente en la evolución natural. La interacción de un cromosoma con la función de evaluación proporciona una medida de aptitud que el algoritmo genético usa cuando se lleva a cabo la etapa de reproducción.

Una población inicial de cromosomas, mejorará cuando los padres sean reemplazados por mejores y mejores hijos, es decir, conforme avance el proceso evolutivo, el mejor individuo de la población final será una solución altamente confiable para el problema. La figura 1.2 muestra la descripción de un algoritmo genético.

La población es generada aleatoriamente para permitir la diversidad de la búsqueda y con el fin de contar con individuos distintos entre ellos dentro del espacio de soluciones del problema.



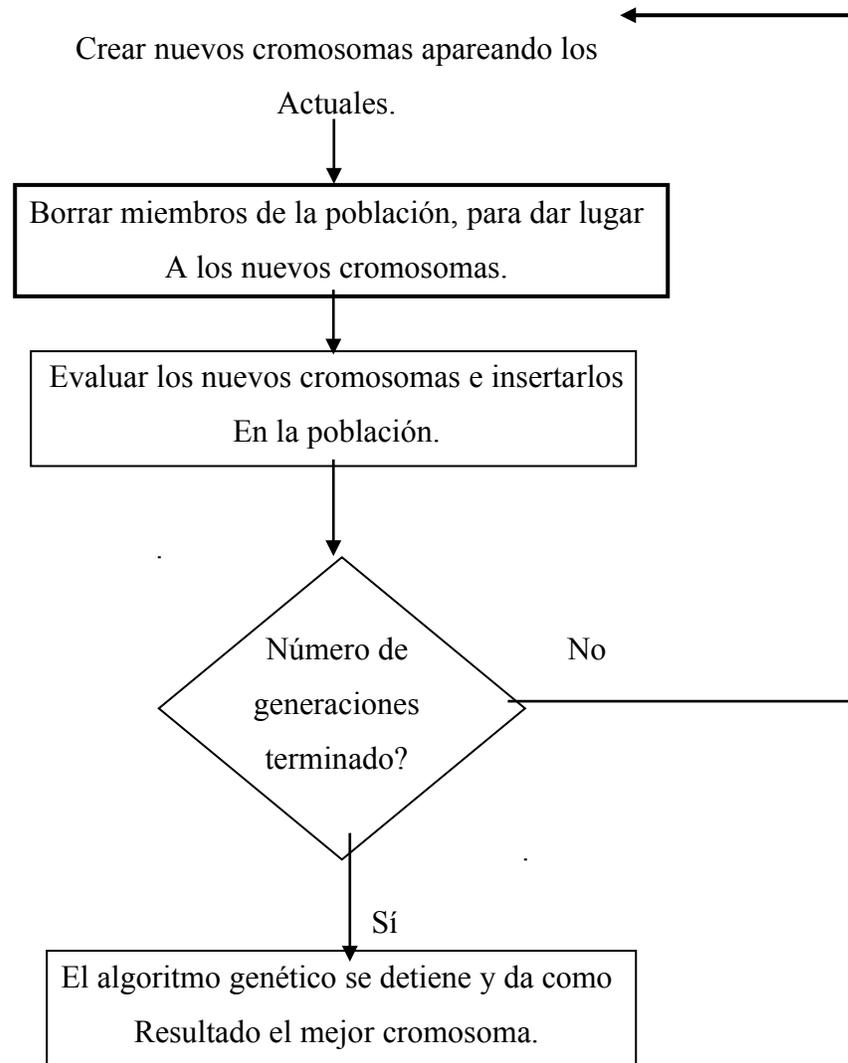


Figura 1.2. Descripción de un Algoritmo Genético.

1.4. Cuando Aplicar un Algoritmo Genético.

La aplicación más común de los algoritmos genéticos ha sido para la solución de problemas de optimización, en donde han mostrado ser muy eficientes y confiables. Sin embargo no todos los problemas pueden ser

apropiados para esta técnica, por lo que se debe tener presente las siguientes características antes de usar este método de solución:

- El espacio de búsqueda (posibles soluciones) del problema a resolver, debe estar delimitado dentro de un cierto rango.
- Debe poder definirse una función de aptitud que indique que tan buena o mala es una respuesta dada.
- Las soluciones deben codificarse de una forma que resulte relativamente fácil de implementar en una computadora.
- No exista un algoritmo determinístico o heurístico eficiente y confiable para resolver el problema.

El algoritmo genético únicamente maximiza, pero la minimización puede realizarse utilizando el recíproco de la función de maximización[9].

1.5. Diferencias entre algoritmos genéticos y los métodos tradicionales de optimización.

Los algoritmos genéticos difieren de los métodos tradicionales en:

1) Los algoritmos genéticos trabajan con un código de los parámetros y no con los parámetros mismos. Requieren que los parámetros del problema a optimizar se codifiquen como cadenas de longitud finita sobre algún alfabeto finito.

2) Los algoritmos genéticos utilizan poblaciones de puntos y no puntos individuales. En los métodos de optimización tradicionales nos movemos en el espacio desde un sólo punto a otro usando reglas de transición deterministas. Este método de punto a punto es peligroso porque es la forma perfecta de localizar óptimos falsos en un espacio que contenga múltiples máximos y mínimos. En contraste, los algoritmos genéticos utilizan una rica base de datos de puntos simultáneamente, escalando muchas colinas en paralelo, de tal forma que la probabilidad de encontrar óptimos falsos se reduce enormemente.

3) Los algoritmos genéticos usan la información de la función de evaluación y no de sus derivadas u otro conocimiento auxiliar. Las técnicas de búsqueda tradicionales requieren mucha información auxiliar para trabajar apropiadamente. Por ejemplo, las técnicas del gradiente necesitan derivadas(calculadas analítica o numéricamente) para ser capaces de encontrar los máximos o los mínimos. En cambio, los algoritmos genéticos no necesitan esa información auxiliar, sólo requieren los valores de la función de evaluación asociados con las cadenas individuales.

4) Los algoritmos genéticos usan reglas de transición probabilísticas, en lugar de reglas deterministas. A las personas familiarizadas con los métodos determinísticos lo anterior les parece extraño, pero el uso de probabilidades no significa que el método sea una búsqueda aleatoria simple, los algoritmos genéticos usan la aleatoriedad como una herramienta para guiar la búsqueda hacia regiones con mayor probabilidad de ser mejores.

1.6 Estructura de un algoritmo genético.

La estructura de un algoritmo genético es relativamente simple, ya que sólo consiste en copiar cadenas e intercambiar cadenas parcialmente.

Un algoritmo genético está compuesto por: un generador de números aleatorios, una base de datos, un módulo de reproducción, uno para cruces, uno de mutaciones, uno de evaluación y el módulo principal.

1.6.1 Generador de números aleatorios.

Los lenguajes de alto nivel generalmente proporcionan entre sus rutinas un generador de números aleatorios. En QUICK BASIC esta función es RND(x). Esta función da números aleatorios en el intervalo de 0 a 1. La distribución obtenida es uniforme porque cada número del rango tiene la

misma probabilidad de ocurrir. Adicionalmente, la semilla con la que se inicia la función RND puede variarse usando la declaración RANDOMIZE TIMER que esta acoplada con el reloj de la computadora.

Usando la función anterior se define la función *flip* que funciona de manera similar a cuando se lanza una moneda, esta función retorna un 1 o un 0. La figura 1.3 muestra la definición de dicha función.

```
FUNCTION flip (probabilidad)
a= RND
IF probabilidad = 1 THEN flip = 1
ELSEIF a <= probabilidad THEN flip = 1
ELSEIF a > probabilidad THEN flip = 0
END IF
END FUNCTION
```

Figura 1.3. Descripción de la función flip.

1.6.2 Estructura de datos.

El algoritmo genético procesa poblaciones de cadenas. Por tanto, se construye la población como un arreglo de individuos, donde cada individuo contiene el fenotipo (los parámetros descodificados), el genotipo (la cadena de bit) y la evaluación (función de evaluación).

Previamente se definen algunas constantes como el tamaño de la población, *tpoblacion*, la longitud de la cadena o cromosoma, *lcromosoma*, y el número máximo de generaciones, *maxgen*.

La población inicial se genera con la función flip usando la subrutina que aparece en la figura 1.4.

```
SUB popinicial
  FOR i = 1 TO tpoblacion
    FOR j = 1 TO lcromosoma
      Pob( i,j ) = flip(.5)
    NEXT j
  NEXT i
END SUB
```

Figura 1.4. Subrutina que genera la población inicial.

1.6.3 Módulo de Evaluación.

Una vez que se tiene la población inicial se usa una subrutina de evaluación de cada una de las cadenas que forman la población. Esta subrutina de evaluación depende de cada problema en particular para el objetivo de este trabajo se usaran dos funciones de mérito dadas como la diferencia entre sagitas o como diferencias de radios de curvatura, se hablará en detalle de ella en el capítulo dos.

1.6.4 Selección de cromosomas.

Una vez que se conoce la aptitud de cada cromosoma, se seleccionan los cromosomas que se van a reproducir y posteriormente a cruzar para dar lugar a una nueva generación. En la selección, tentativamente, los cromosomas mejor evaluados tienen mayor posibilidad de ser escogidos.

La finalidad de seleccionar a los cromosomas, es para darles más oportunidades de reproducirse a los miembros de la población que son más aptos o que tiene mejores evaluaciones, teniendo presente que todos tienen la probabilidad de ser escogidos.

Existen varios métodos para llevar a cabo la selección, entre ellos, los más usados son los siguientes:

1.6.4.1 La rueda de la ruleta.

Este método es muy simple, consiste en crear una ruleta en la que cada cromosoma tiene asignada una fracción que es proporcional a la medida de su aptitud.

La tabla 1.1 muestra un ejemplo de una población de 8 cromosomas con su respectiva evaluación. La primera columna contiene el número del cromosoma, la segunda la cadena binaria del cromosoma,

la tercera contiene la evaluación de cada cromosoma y la última la suma acumulativa de las evaluaciones.

Cromosoma No.	Cadena binaria	Evaluación	Suma acumulativa
1	101101101	365	365
2	110100010	418	783
3	111100101	485	1268
4	001011001	89	1357
5	101010111	343	1700
6	111110001	497	2197
7	010110001	177	2347
8	000011001	25	2399

Tabla 1.1. Población de cromosomas.

Aunque este procedimiento es aleatorio, la oportunidad que tiene cada cadena de ser seleccionada es directamente proporcional a su evaluación. Al transcurrir las generaciones, este mecanismo elimina los individuos con menores evaluaciones y tiende a expandir el material genético de los miembros mejor evaluados. Es posible que el peor de los miembros de la población sea seleccionado cada vez que se use este procedimiento, sin embargo la probabilidad de que este hecho suceda en una población es pequeña.

La suma acumulativa de las evaluaciones es de 2399, en la tabla 1.2 se muestran 5 números aleatorios incluidos en ese rango, los cuales han sido creados aleatoriamente, así mismo se muestra el número de

cromosoma que ha sido seleccionado por la técnica de la rueda de la ruleta. El cromosoma seleccionado es el primero para lo cual la suma acumulativa de las evaluaciones es mayor o igual al número aleatorio.

Número aleatorio	Cromo. seleccionado
200	1
2380	8
800	3
1690	5
2200	7

Tabla 1.2. Cromosomas seleccionadas con la técnica de la ruleta.

Este procedimiento es llamado la rueda de la ruleta porque es equivalente a asignarle una “rebanada” de un círculo a cada miembro de la población, de tal manera que el tamaño de la rebanada sea proporcional a su evaluación, después de esto, el círculo se gira y se lanza un dardo hacia él, la cadena seleccionada es aquella donde cayó el dardo, es claro que aquel cromosoma que tenga una “rebanada” más grande del círculo, tendrá mayor probabilidad de ser acertado por el dardo.

La figura 1.5 muestra la rebanada del círculo que le corresponde a cada individuo de la tabla 1.1.

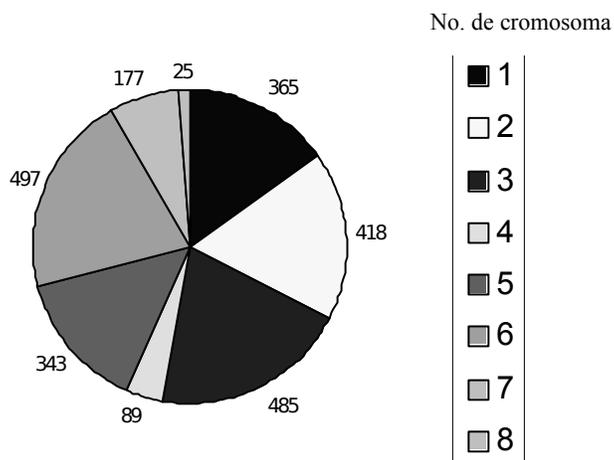


Figura 1.5. Rebanada correspondiente

a cada cromosoma.

En la figura 1.5 se muestra una rebanada correspondiente a cada cromosoma, usada para programar la selección de cadenas con la técnica de la rueda de la ruleta. En ella sf es la suma total de evaluaciones y $f(i)$ es la evaluación de la cadena i .

```
FUNCTION selección
  Sumpar = 0
  i = 0
  rand = RND * sf
  DO
    i = i+1
    sumpar = sumpar + f(i)
  LOOP UNTIL sumpar >=rand OR i=tpoblacion
  seleccion = i
END FUNCTION
```

Figura 1.6. Subrutina de selección de cadenas con la rueda de la ruleta.

1.6.4.2 Torneo de Eliminación.

La idea fundamental de este método es barajar la población de cromosomas para hacerlos competir (en grupos de tamaño previamente definidos) en un torneo que ganaran aquellos que tengan valores de aptitud más altos. Si se efectúa un torneo binario, es decir, competencia en parejas, entonces la población se debe barajar dos veces. Esta técnica garantiza la obtención de varias copias del mejor individuo entre los progenitores de la siguiente generación, en un torneo binario, los mejores individuos serán seleccionados, esta técnica es usada en las últimas etapas de optimización, ya que sirve para realizar un “ajuste fino”.

1.6.5. Cruza de cromosomas.

El verdadero motor de la evolución es el intercambio de material genético entre los individuos de una población, esto se lleva a cabo a través del apareamiento o cruza de dos individuos. En un algoritmo genético una cruza recombina el material genético de dos cromosomas para crear dos hijos o descendientes. Holland experimentó con un operador de cruza que él llamo *cruza en un punto*[10]. La cruza en un punto ocurre cuando partes de dos cromosomas seleccionados son intercambiadas después de que un punto de corte se selecciona aleatoriamente. La figura 1.7 muestra dos ejemplos de la aplicación de este operador.

Una característica importante de éste operador es que puede producir hijos que son radicalmente diferentes de sus padres, como en el primer ejemplo de la figura 1.7. Otra característica importante es que no introduce diferencias en un bit en una posición donde ambos padres tengan el mismo valor, en el segundo ejemplo, observe que en las posiciones 2, 3, 4 y 5 los padres tienen el mismo valor al igual que los hijos. Un caso extremo ocurre cuando ambos padres son idénticos, en éste caso la cruza no introduce diversidad en los hijos.

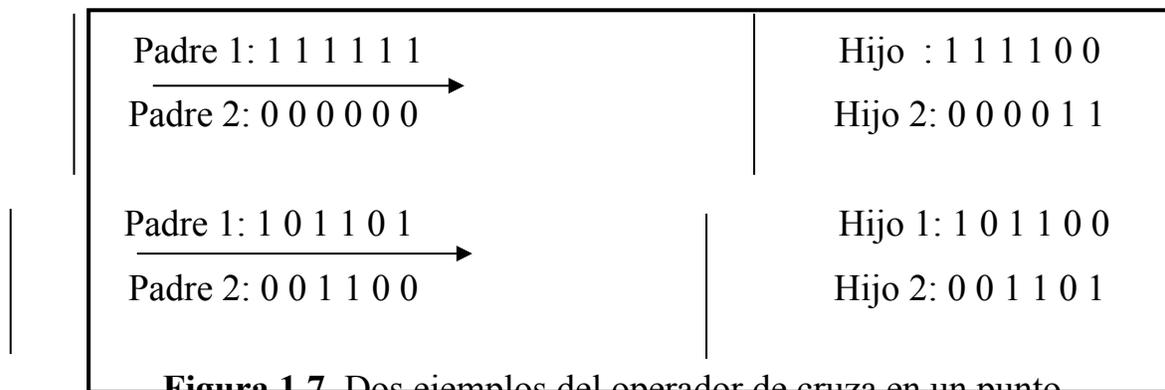


Figura 1.7. Dos ejemplos del operador de cruza en un punto.

La cruza es una componente extremadamente importante en un algoritmo genético, sin este operador los algoritmos genéticos no funcionan. Este operador es la característica que distingue a los algoritmos genéticos de otros algoritmos.

Existe otro operador de cruza llamado cruza en dos puntos[11], en este caso se procede de manera similar que el anterior, sin embargo el

intercambio se realiza en la parte media, dejando los extremos idénticos ver figura 1.8.

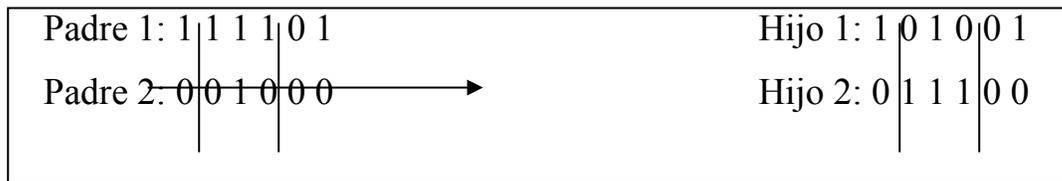


Figura 1.8. Ejemplo del operador de cruza en dos puntos

En la figura 1.9 se muestra la subrutina que lleva a cabo la cruza de dos cromosomas en un punto.

```

SUB cruza (il, conyuge1, conyuge2)
  jcruza = aleatorio (1, cromosoma - 1)
  ncruza = ncruza + 1
  FOR j = 1 TO jcruza
    hijo1 (i1,j) = pob (conyuge1,j)
    hijo2 (i1,j) = pob (conyuge2,j)
  NEXT j
  IF jcruza <> 1cromosoma THEN
    FOR j = jcruza TO 1cromosoma
      hijo1 (i1,j) = pob (conyuge2,j)
      hijo2 (i1,j) = pob (conyuge1,j)
    NEXT j
  END IF

```

END SUB

Figura 1.9. Subrutina para implementar el operador cruza en un punto.

En la subrutina de la figura 1.9 aparece la función aleatorio, esta proporciona números aleatorios en un intervalo definido por dos números llamados menor y mayor. La función *aleatorio* se muestra en la figura 1.10.

```
FUNCTION aleatorio (menor, mayor)
a = INT (RND*(mayor-menor+1)+menor)
IF a > mayor THEN a = mayor
IF menor >= mayor THEN a = menor
aleatorio = a
END FUNCTION
```

Figura 1.10. Función para generar números aleatorios.

1.6.6 La mutación.

Una mutación impide que las poblaciones se vuelvan homogéneas y mantienen la diversidad, permitiendo así que el proceso de evolución continúe avanzando.

Una mutación consiste en seleccionar aleatoriamente un cromosoma de la población, a continuación se selecciona aleatoriamente un gene del cromosoma y se cambia el valor de tal gene.

Este procedimiento se implementa cuando la evaluación de los miembros de la población es muy similar en todos ellos. La figura 1.11 muestra la subrutina para las mutaciones.

```
SUB mutación (población ( ))
10 inmuta = selección
IF inmuta = valmax THEN GOTO 10
Jmuta = aleatorio (1, Icrosoma)
IF población (imuta, jmuta) = 1 THEN
  población (imuta, jmuta) = 0
ELSEIF población (imuta, jmuta) = 0 THEN
  población (imuta, jmuta) = 1
END IF
END SUB
```

Figura 1.11. Subrutina para operar mutaciones en la población.

1.6.7 La extinción.

La extinción es una nueva opción propuesta por Sergio Vázquez y Montiel[12], la cual consiste en borrar toda la población después de un cierto número de mutaciones. Al borrar toda la población se conserva el cromosoma mejor evaluado para mantener la memoria de las generaciones anteriores, haciendo una analogía, es comparable con la

extinción de los dinosaurios, los cuales tuvieron que dejar el camino libre a otras especies al no poderse adaptar a los cambios del medio ambiente que se presentaron en su época.

1.7 Esquemas o bloque construidos.

En los algoritmos genéticos, la búsqueda de soluciones óptimas de un problema, consiste en la búsqueda de determinadas cadenas binarias. Supongamos un paisaje representando todas las cadenas, donde las cimas corresponden a las cadenas óptimas y los valles a las soluciones menos buenas.

La técnica de exploración de dicho paisaje es la “escalada”: se comienza en un punto elegido al azar; si una pequeña modificación mejora la calidad de la solución, se continúa en esa dirección, de no suceder esto, se toma la dirección contraria. Sin embargo, los problemas muy complejos hacen que se tengan paisajes con muchas cimas. Al aumentar el número de dimensiones del problema, el paisaje puede contener además de cimas y valles, puentes y túneles. El encontrar la cima adecuada, e incluso la determinación del sentido del ascenso, se torna cada vez más problemático. A la vez que los espacios de búsqueda se vuelven enormes.

Para afrontar esta situación los algoritmos genéticos, lanzan una red sobre el paisaje. Las cadenas de la población que se encuentran dentro de la red, sondean muchas regiones a la vez.

Los algoritmos genéticos explorán las regiones de más alto rendimiento del espacio de soluciones ya que las generaciones sucesivas de reproducción y cruzamiento, generan un número creciente de cadenas pertenecientes a ellas. De hecho, el número de cadenas de una región dada, aumenta de manera proporcional a la estimación estadística de la idoneidad de esa región. Una persona dedicada a la estadística, tendría que evaluar docenas de muestras tomadas de millones de regiones para determinar la idoneidad media de cada región. El algoritmo genético, alcanza el mismo resultado con muchísimas menos cadenas y prácticamente sin computo alguno. El aspecto importante de esto último reside en el hecho de que cada cadena individual, pertenece a todas las regiones en las cuales aparece uno de cualquiera de sus bits. La cadena 00100110 es miembro de todas las regiones 00*****, 0*****0, **1**11* y demás. A tales regiones se les llama ***Bloques Construidos o Esquemas***. Las regiones más amplias, las que contienen muchos bits sin especificar, serán muestreadas por una fracción grande de todas las cadenas de la población. Así que, un algoritmo genético que manipule una población de varios cientos de cadenas está realmente tomando muestras de un número de regiones enorme. Tal paralelismo implícito

proporciona al algoritmo genético su ventaja principal sobre otros procedimientos.

Para un tratamiento formal ver Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning[13], en cual se muestra que esquemas o bloques construidos son los que prevalecen o desaparecen en el proceso de reproducción, a este importante resultado se le conoce como el teorema fundamental de los algoritmos genéticos.

1.8 Conclusiones.

Se explicó como surgen y en que consisten los algoritmos genéticos, así como el funcionamiento de cada una de las rutinas más importantes. Se indicaron las ventajas y desventajas que estos tienen sobre los métodos tradicionales, y cuando se debe aplicar esta técnica de optimización para resolver problemas.

Finalmente esta técnica ha mostrado ser eficiente, arrojando resultados aceptables, muy cercanos al optimo global.

CAPITULO 2

SUPERFICIES OPTICAS, FUNCIÓN DE MÉRITO Y MÍNIMOS CUADRADOS AMORTIGUADOS

2.1 Introducción

En el proceso de construcción de superficies ópticas, existe una etapa de pruebas, la cual se encarga de verificar la forma de la superficie (o sistema) bajo prueba. De los métodos comúnmente empleados en el taller de óptica, están aquellos que miden algunos parámetros de la superficie como son: su curvatura, su perfil, la longitud focal, las coordenadas en algunas zonas de su superficie, etc.

En los métodos que miden el perfil de la superficie, o aquellos que miden las coordenadas en algunos puntos, el problema radica en realizar la integración de toda la información para conocer la forma analítica de la superficie bajo prueba, es decir, que parámetros describen de manera exacta a la superficie. Para realizar esta integración de manera eficaz es necesario utilizar alguna técnica de optimización, con una función de mérito, la cual, guiará la búsqueda en el espacio de soluciones, permitiendo saber que solución es más aceptable que otra.

En este capítulo se mencionará en que consiste la técnica de mínimos cuadrados amortiguados así como la función de mérito y las superficies ópticas.

2.2 Superficies ópticas.

Una superficie óptica es la frontera entre dos medios de diferente índice de refracción. Las formas de las superficies ópticas que comúnmente se utilizan están las que tienen forma esférica, cónica, cilíndrica, toroidal, secciones cónicas fuera de eje, asféricas, etc.

Dado que el interés de esta tesis es caracterizar superficies cónicas convexas, principalmente, debido a que con mayor frecuencia se están utilizando como componentes en los sistemas ópticos (sobre todo en los telescopios astronómicos), con el objeto de mejorar la calidad de la imagen utilizando el menor número de superficies. Por ello, en esta sección describiremos brevemente la forma matemática de las superficies cónicas y las superficies asféricas, como una generalización de las superficies cónicas.

Las curvas cónicas surgen de la intersección de un plano con un cono circular recto, variando la posición del plano se pueden obtener las diversas curvas cónicas, y de ahí su nombre. Al rotar una curva cónica alrededor de su eje de simetría se obtiene una superficie de revolución

llamada superficie cónica. Dichas superficies tienen diversas representaciones matemáticas, nosotros tomaremos la representación más empleada en óptica[14]

$$Z = \frac{cS^2}{1 + \sqrt{1 - (K + 1)c^2S^2}} \quad (2.1)$$

donde Z es la sagita, $s^2 = x^2 + y^2$, $c = 1/r$, con r el radio de curvatura paraxial y K es la constante de conicidad definida como $K = -e^2$, siendo una función de la excentricidad, e , sus valores están dados en la tabla 2.1.

$K < -1$	Hipérboloide
$K = -1$	Paráboloide
$-1 < K < 0$	Elipsoide rotada sobre el eje mayor
$K = 0$	Esfera
$K > 0$	Elipse rotada sobre el eje menor

Tabla 2.1. Valores de la constante de conicidad.

De acuerdo a la ecuación (2.1) y a nuestra convención de signos, considerando que la luz viaja de derecha a izquierda; c es positiva si el centro de curvatura se encuentra a la derecha del vértice de la superficie y negativa si se encuentra del otro lado, las superficies cónicas quedan así completamente representadas.

Al introducir deformaciones simétricas en las superficies cónicas surgen las superficies esféricas las cuales quedan representadas por

$$Z = \frac{cS^2}{1 + \sqrt{1 - (K + 1)c^2S^2}} + A_1S^4 + A_2S^6 + A_3S^8 + A_4S^{10}, \quad (2.2)$$

en donde A_1 , A_2 , A_3 y A_4 son los coeficientes de deformación esférica, los parámetros S , K y c son los definidos previamente.

Las ecuaciones (2.1) y (2.2.) describen las superficies ópticas, a partir de conocer algunas coordenadas de la superficie (las cuales se pueden medir en el laboratorio), la curvatura paraxial, la constante de conicidad y los coeficientes de deformación. En el taller de óptica uno de los parámetros que permite saber la forma de una superficie es el radio de curvatura, este generalmente es medido en superficies esféricas ya que sólo cuenta con un único valor, pero para superficies esféricas este cambia punto a punto.

El radio de curvatura de una superficie esférica de revolución en un punto determinado esta dado por el radio de curvatura de la curva que es generada al interceptar la superficie con un plano ver figura 2.1. De esta definición se desprende que, en general existe un numero infinito de radios de curvatura en un mismo punto de la superficie, correspondiendo a cada plano diferente que se considere.

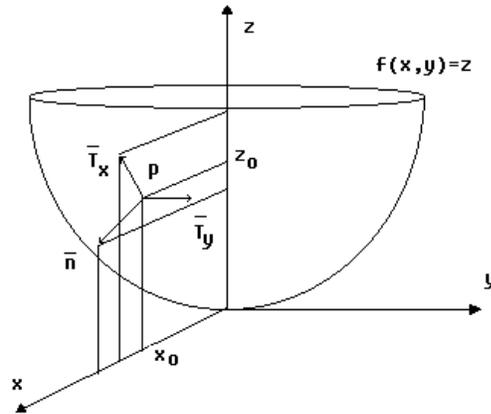


Figura 2.1. Radio de curvatura de un punto.

En óptica sólo interesan los radios de curvatura que se obtienen cuando el plano que corta a la superficie esférica es perpendicular a ella. En particular, cuando el plano que corta la superficie contiene al eje de simetría (eje óptico de la superficie), a este plano se le denomina plano tangencial y el radio de curvatura que se obtiene se llama radio de curvatura tangencial. El otro radio de curvatura que se utiliza es el que se obtiene cuando el plano que corta a la superficie es perpendicular al plano tangencial, en este caso se denomina radio de curvatura sagital.

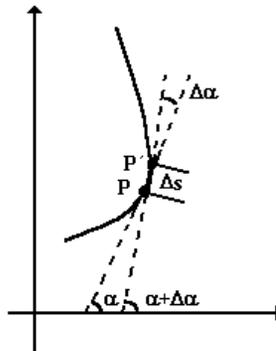


Figura 2.2. Parámetros que definen la curvatura

Por otro lado, la curvatura de una superficie cualquiera está definida como[15], la razón de cambio de inclinación de la tangente al recorrer un determinado arco de la curva; ver figura 2.2, es decir,

$$c = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta S} = \frac{d\alpha}{dS} \quad (2.3)$$

a partir de esta definición y para una superficie cualquiera[16]

$$c = \frac{Z''}{(1 + Z'^2)^{3/2}} \quad (2.4)$$

donde la curvatura para cierto punto o zona está en función de la primera y segunda derivada Z' y Z'' .

Para determinar los radios de curvatura tangenciales en diferentes zonas de una superficie esférica, sacamos la primera y segunda derivada a la ecuación (2.2), quedando como

$$Z' = \frac{cS}{\sqrt{1 - (K + 1)c^2S^2}} + 4A_1S^3 + 6A_2S^5 + 8A_3S^7 + 10A_4S^9 \quad (2.5)$$

y

$$Z'' = \frac{c}{(1 - (K + 1)c^2S^2)^{3/2}} + 12A_1S^2 + 30A_2S^4 + 56A_3S^6 + 90A_4S^8 \quad (2.6)$$

sustituyendo en (2.4) y considerando que el radio de curvatura es el inverso de la curvatura c ($c=1/R$), entonces, R para cualquier zona está dado por

$$R = \frac{\left\{ 1 + \left[\frac{cS}{\sqrt{1 - (K + 1)c^2S^2}} + 4A_1S^3 + 6A_2S^5 + 8A_3S^7 + 10A_4S^9 \right]^2 \right\}^{3/2}}{\left\{ \frac{c}{(1 - (K + 1)c^2S^2)^{3/2}} + 12A_1S^2 + 30A_2S^4 + 56A_3S^6 + 90A_4S^8 \right\}} \quad (2.7)$$

Como se puede ver, el valor del radio de curvatura local depende de la posición en donde se encuentre uno sobre la superficie esférica, de su curvatura paraxial, de la constante de conicidad, y de los coeficientes de deformación esférica. Para el caso de superficies cónicas el radio de curvatura tangencial queda expresado como

$$R = \frac{|1 - Kc^2S^2|^{3/2}}{c}, \quad (2.8)$$

para una superficie esférica $K = 0$, se obtiene que $R = 1/c = r$. Es decir, la superficie tiene un sólo radio de curvatura para cualquier zona como era de esperarse. Finalmente, el radio de curvatura sagital está dado como [17]

$$R_s = \left[\frac{c^4}{E} + \frac{c^2(E^{1/2} - cS)}{E(1 - dS)} \right]^{-1/2} \quad (2.9)$$

donde c es la curvatura paraxial,

$$E = a^2 C^2 + 2bC^3 - dC^2 b^2, \quad (2.10)$$

$$d = C^2 (K + 1), \quad (2.11)$$

$S^2 = X^2 + Y^2$, es el punto donde se evalúa el radio de curvatura;

$$a = \frac{(1 - dX_0^2)^{1/2}}{CX_0}, \quad (2.12)$$

$$b = Z_0 + aX_0. \quad (2.13)$$

con X_0 , Z_0 las coordenadas del punto a evaluar.

2.3 La función de mérito.

Para poder resolver problemas de optimización, debemos ser capaces de especificar la calidad del sistema a optimizar por un número real o por una función de mérito(ϕ), que a partir de los valores numéricos que tome nos diga que tan buena es la solución propuesta al problema. Una vez realizado esto, el problema se reduce a encontrar el mínimo o máximo de la función de mérito tomando en cuenta las restricciones impuestas al sistema.

Si la función de mérito ϕ es una función continua y diferenciable con respecto a los parámetros (variables), ésta se puede definir como[18]

$$\phi = \sum_{i=1}^M f_i^2, \quad (2.14)$$

donde f_i depende de los parámetros del sistema a optimizar (en nuestro caso radios de curvatura o sagitas) y son mediciones de las desviaciones del sistema a un valor blanco dadas por

$$f_i = w_i(R_{ei} - R_{ri}) \quad (2.15)$$

donde R_{ri} es el radio encontrado, R_{ei} es el valor blanco para el valor R_{ri} , y w_i es un factor de peso, que indica la importancia de la desviación particular sobre toda la función de mérito. Los radios R_{ri} son funciones de todos los parámetros que determinan la forma de la superficie a encontrar, de los cuales un conjunto x_j ($j=1,2, \dots, N$) son las variables del sistema.

Las funciones f_i son funciones no lineales de las variables x_j y el proceso de minimización se realiza por una serie de iteraciones, comenzando con un sistema inicial descrito por el punto X_0 en el espacio vectorial multidimensional de las variables X_j , un punto X_1 es un valor obtenido en el proceso de iteración el cual tiene un valor más pequeño en su función de mérito ϕ en X_0 .

Este proceso se repite con posibles modificaciones utilizando X_1 como el sistema inicial, así sucesivamente hasta que las tolerancias preescritas o las reducciones en la función de mérito no son significantes.

La función de mérito ϕ definida en la ecuación (2.14) puede escribirse en notación matricial como

$$\phi = F^T F, \quad (2.16)$$

donde F es un vector columna cuyas componentes son las f_i y F^T es su transpuesto.

Si hacemos un desarrollo de cada función f_i en series de Taylor, y cortamos la serie después de los términos con primeras derivadas, entonces

$$\phi = \sum_{i=1}^M \left[f_{0i} + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_i}{\partial X_j} (x_j - x_{0j}) \right]^2 \quad (2.17)$$

con

$$f_i = \left[f_{0i} + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_i}{\partial X_j} (x_j - x_{0j}) \right] \quad (2.18)$$

donde f_{0i} es el valor de f_i en X_0 . X_0 es un punto en el espacio de soluciones formado por los valores x_{0j} que representan el punto de partida

o solución inicial al comenzar el proceso de optimización del cual depende que tan buena será la solución final encontrada.

Desarrollando el binomio al cuadrado de la ecuación (2.17), tenemos

$$\phi = \sum_{i=1}^M f_{oi} + 2 \sum_{i=1}^M \left[f_{oi} \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_j - x_{0j}) \right] + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N a_{ij} a_{ik} (x_j - x_{0j})(x_k - x_{0k}) \quad (2.19)$$

donde

$$a_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (2.20)$$

En la ecuación (2.19) el primer termino es constante y puede despreciarse porque no influye en la topografía del espacio solución. El segundo y tercer termino puede combinarse cambiando el origen de x_j y haciendo una rotación de ejes de tal forma que ϕ pueda expresarse como una forma cuadrática definida positiva[19] ($a_{ij}^2 \geq 0$ para toda i, j). En notación matricial tenemos

$$\phi = (X - X_0)^T A^T A (X - X_0), \quad (2.21)$$

donde A es una matriz de $M \times N$ con elementos a_{ij} .

Las curvas de nivel de ϕ son elipsoides en el hiperespacio de N variables y sus excentricidades están determinadas por los valores de a_{ij} . Las longitudes de los N ejes principales de los elipsoides están dados por los eigenvalores de la matriz $A^T A$.

2.4 Mínimos Cuadrados.

Esta técnica consiste en minimizar los valores de las f_i en lugar de igualarlas con cero. Para esto se deriva a ϕ con respecto a cada x_j , de las ecuaciones (2.14) y (2.20) se obtiene

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_k} = \sum_{i=1}^M 2f_i a_{ik} ; \quad \text{para } k=1,2,\dots,N, \quad (2.22)$$

sustituyendo f_i de la ecuación (2.18) e igualando con cero, se obtienen las siguientes N ecuaciones en $x_j - x_{0j}$

$$\sum_{i=1}^M f_{0i} a_{ik} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a_{ij} a_{ik} (x_j - x_{0j}) = 0 \quad (2.23)$$

o en notación matricial,

$$A^T A (X - X_0) + A^T F_0 = 0. \quad (2.24)$$

Las ecuaciones (2.23) o (2.24) son las ecuaciones clásicas de mínimos cuadrados, estas no necesitan que el número de variables sea igual al de ecuaciones. La solución de la ecuación (2.24) es

$$X = -(A^T A)^{-1} A^T F_0 + X_0, \quad (2.25)$$

donde es claro que pequeños errores en el cálculo de las derivadas o los errores de redondeo al resolver las ecuaciones tendrán un efecto importante sobre la solución que se obtenga, pero aunque la exactitud fuera infinita, la no linealidad de F hace que la solución dada en (2.25) sea un óptimo sólo en el caso lineal, y por tanto, es frecuente que la solución conduzca a una solución peor que la inicial.

2.5 Mínimos Cuadrados Amortiguados.

Esta técnica de optimización trabaja de la siguiente manera, en vez de pedir que las diferencias en la función de mérito sean iguales a cero, es decir

$$\phi = \sum (R_e - R_t)^2 = 0. \quad (2.26)$$

La función de mérito será

$$\phi + p^2 \sum_{j=1}^N (x_j - x_{0j})^2 = 0 \quad (2.27)$$

Como lo sugirió Wynne[20], p es un escalar que determina el tamaño del paso, haciendo que los valores que introducen mayores desviaciones sean optimizados de mejor manera. Aplicando el método de mínimos cuadrados amortiguados a esta función de mérito, la ecuación da

$$\sum_{i=1}^M a_{ik} f_{oi} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \{a_{ij} a_{ik} (x_j - x_{oj}) + p^2 (x_j - x_{oj})\} = 0 \quad (2.28)$$

para $k = 1, \dots, N$; en notación matricial

$$(A^T A + p^2 I)(X - X_o) = -A^T F_o \quad (2.29)$$

Donde I es la matriz unitaria de orden N .

En la práctica el valor de p es determinado por la no-linealidad del sistema, por decir, si la discrepancia entre los valores actuales de los residuales de f_i y los valores lineales predichos es grande; p es incrementado hasta alcanzar algún nivel de tolerancia prescrito.

Alternativamente el valor de ϕ puede ser encontrado por un número de valores de p , y por ajustar una curva a estos puntos; entonces el valor óptimo de “ p ” será encontrado. Ambos métodos para seleccionar el valor de “ p ” han resultado igual de eficientes[21].

El procedimiento anterior de amortiguamiento es injustificado en el sentido de que este trata a todas las variables de la misma manera, siendo que la sensibilidad de la solución a errores de redondeo o a errores en las derivadas es diferente de variable a variable. Al procedimiento mencionado se le conoce como *amortiguamiento aditivo* y una generalización de este se obtiene cuando se usa como función de Mérito a

$$\phi + p^2 \sum_{j=1}^N q_j (X_j - X_{oj})^2 . \quad (2.30)$$

De acuerdo a Meiron[22] los factores q_j se calculan como

$$q_j^2 = \sum_{i=1}^M a_{ij}^2 , \quad (2.31)$$

de tal forma que las variables que ocasionan un mayor cambio en ϕ son altamente amortiguadas. La ecuación (2.29) se convierte en

$$(A^T A + p^2 Q)(X - X_o) = - A^T F_o , \quad (2.32)$$

Donde Q es una matriz diagonal cuyos elementos son q_j^2 y como los elementos de la diagonal de $A^T A$ son iguales a $\sum_{i=1}^M a_{ij}^2$, entonces las ecuaciones de amortiguamiento se obtienen de las ecuaciones de mínimos cuadrados simplemente multiplicando los términos de la

diagonal por $I+p^2$, dando lugar a lo que se conoce como amortiguamiento multiplicativo.

Este último procedimiento tiene poca justificación teórica. El factor q_j debe ser determinado por la magnitud de las segundas derivadas y no hay ninguna razón para suponer que una primera derivada con un valor grande implique una segunda derivada también con valor grande. Sin embargo, a pesar de la carencia de bases teóricas, ambos amortiguamientos el Aditivo y el Multiplicativo se han usado con considerable éxito.

2.6 Conclusiones.

En este capítulo se habló en que consiste la función de mérito y cual será la función de mérito que se utilizará más adelante para resolver nuestro problema. También se habló de la técnica de mínimos cuadrados amortiguados y de su representación matricial. Resultando ser una técnica efectiva siempre y cuando el punto inicial este muy cercana al óptimo global. Lo cual se cumple al tomar algoritmo genéticos como una primera etapa de optimización.

CAPITULO 3

PERFILÓMETROS Y ESFERÓMETROS

3.1 Introducción

En la elaboración de un producto siempre es necesario saber si este cumple con las especificaciones dadas por el diseño; la fabricación de componentes ópticas no es la excepción, debido a que si un parámetro no cumple con las tolerancias dadas, el funcionamiento del instrumento no será el deseado.

Para verificar las características de una componente óptica, como son: tipo de material, forma, tamaño, dureza, rugosidad, etc. Se han desarrollado una serie de técnicas e instrumentos para medir dichos parámetros. Para conocer la forma de una superficie óptica, existen varios métodos de pruebas los cuales van desde pruebas mecánicas hasta ópticas del tipo interferométricas, holográficas, nulas, etc.[23], Que dependiendo del tipo de superficie y precisión requerida son empleados.

En este capítulo hablaremos de los esferómetros y perfilómetros que son instrumentos que permiten conocer la forma o perfil de una superficie, y daremos sus características como instrumentos de medición.

3.2 Perfilómetros

Un perfilómetro es un instrumento que obtiene el perfil de una superficie en una dirección determinada. El perfil es la línea de intersección de una superficie con un plano seccional, el cual es perpendicular a la superficie. Esto es, una rebanada unidimensional de la superficie tridimensional medida en la dirección transversal a la superficie (en dirección perpendicular a la textura de la superficie) ver figura 3.1.

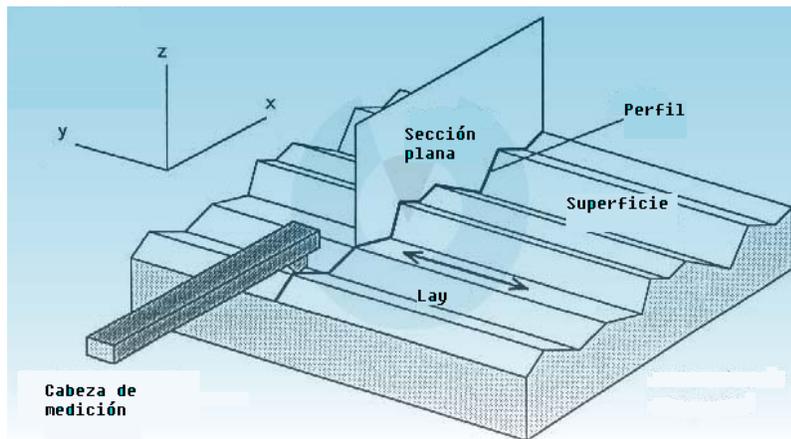


Figura 3.1. Perfil de una superficie óptica.

Para obtener el perfil de una superficie, los perfilómetros utilizan uno de los dos mecanismos siguientes: Un haz de luz o palpadores mecánicos, como sistema de inspección.

3.2.1. Perfilómetros ópticos.

Se le llama perfilómetro óptico al instrumento que utiliza haces de luz junto con algún sistema de enfocamiento para obtener el perfil de la superficie.

Para el caso de perfilómetros ópticos que utilizan la fenómeno interferencia para conocer el perfil de la superficie bajo prueba. La alta sensibilidad depende del instrumento en particular y puede llegar a ser menor a 1 \AA [24], esto se debe a la gran precisión con la que se pueden medir fracciones de la longitud de onda de la luz que se utiliza. Sin embargo, si la luz que es enfocada sobre las superficies de prueba y de referencia incide a un ángulo diferente de 90° , existirá un factor de oblicuidad que deberá ser tomado en cuenta, el cual incrementa el espaciamiento de las franjas de interferencia de su valor normal de $\lambda/2$ a un valor más grande [25].

Este factor de oblicuidad depende de la abertura numérica y de la distribución de intensidad en la pupila de salida del sistema. La corrección encontrada permanece en bajos porcentajes para aberturas numéricas (NA) mayores a 1, pero si NA esta entre (0.8 - 0.95) el error porcentual es considerable [26].

El perfil obtenido con un perfilómetro óptico es un promedio sobre una área de la superficie, ya que la rugosidad no es considerada para ello, ver figura 3.2[27]. La resolución lateral esta determinada por la longitud de onda de la luz, por la resolución de las lentes y otros elementos ópticos en el instrumento, así como del limite de difracción, y las aberraciones del sistema.

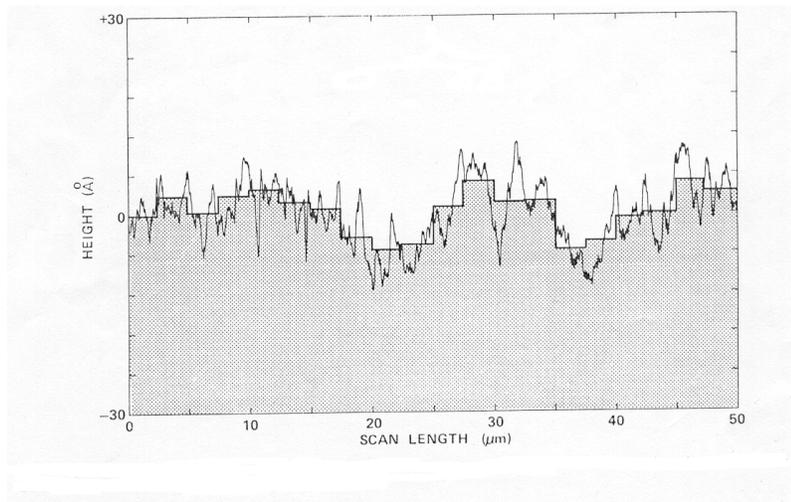


Figura 3.2. Obtención del perfil (promedio) de una superficie.

3.2.1.1. Resolución.

Para conocer la resolución lateral de un sistema, se tomó la función de respuesta al impulso, es decir, se busca el tamaño de la imagen que forma el sistema de un objeto puntual, la cual, para una dimensión esta dada por[28]

$$S(x') = 4a^2 \sin^2 \left(\frac{kax}{f} \right), \quad (3.1)$$

donde a es la mitad del ancho de la abertura del sistema, f es la longitud focal del sistema, $k = 2\pi/\lambda$, x es la posición en el plano del objeto y x' es la posición en el plano imagen.

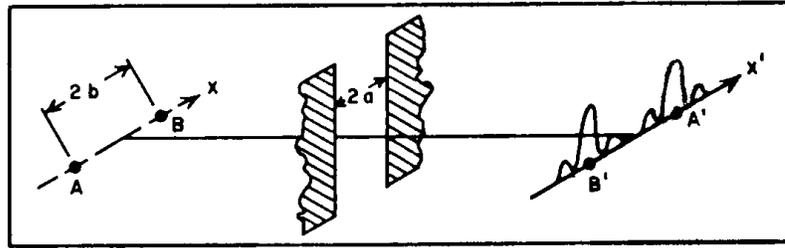


Figura 3.3. Distribución de intensidad de 2 objetos puntuales.

Para dos objetos puntuales separados por una distancia $2b$ ver figura 3.3. La distribución de intensidad resultante es

$$I(x') = 4a^2 I_0 \left[\sin^2 \left(\frac{ka}{f} (x' - b) \right) + \sin^2 \left(\frac{ka}{f} (x' + b) \right) \right]. \quad (3.2)$$

El criterio de Rayleigh nos permite conocer la resolución de un sistema, el cual, elige la separación de las funciones sinc, tal que el máximo central de una coincide con el primer mínimo de la otra, obteniéndose la ecuación

$$2b = \frac{f \lambda}{2a}. \quad (3.3)$$

El efecto de la resolución lateral del instrumento es bien ilustrado por el perfil de una rejilla holográfica periódica de 300 líneas/mm. Las ranuras de la rejilla pueden ser resueltas, pero la medición de sus

amplitudes pueden ser menor que las amplitudes de la rejilla[29]. La resolución lateral efectiva del perfilómetro óptico fue calculada por observar cuánto de la curva de amplitud más larga tenía que ser promediada para obtener la curva de amplitud más pequeña ver figura 3.4

Los perfilómetros ópticos requieren que la muestra a probar tenga constantes ópticas que no varían sobre el área a ser evaluada (o que se va a obtener su perfil). Donde las diferencias en el cambio de fase en la reflexión serán convertidas en diferencias de altura, en contraste con los métodos de contacto todos ellos utilizan una aguja de diamante como palpador pero implementadas de diferente manera.

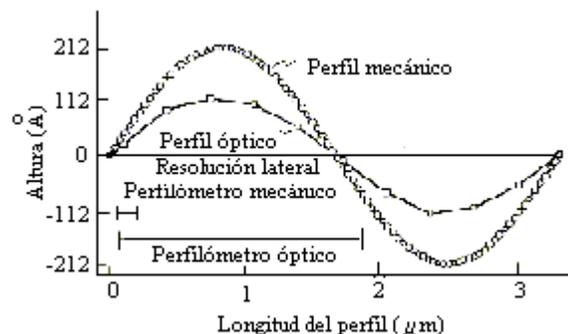


Figura 3.3. Resolución encontrada para una rejilla.

La mayoría de los perfilómetros ópticos hace uso de un interferómetro tal como el Fizeau, Mirau, etc[30]. Los perfilómetros interferométricos de trayectoria común no introducen la rugosidad de la superficie de referencia en las medidas.

Varios instrumentos están basados en el principio de la interferencia diferencial de microscopia de contraste y miden la diferencia de alturas (pendientes) entre dos puntos separados espacialmente por $1 \mu\text{m}$ aproximadamente y entonces se integra la señal del detector para obtener el perfil de la superficie. De los perfilómetros ópticos interferométricos de trayectoria común más sensibles se encuentra el desarrollado por Downs[31], el cual, tiene una alta sensibilidad de una fracción de un ángstrom. La repetitividad del rasgo de la superficie a una fracción de un ángstrom en altura hace al instrumento comparable con la perfilometría heterodina.

Un instrumento para medir la figura de una superficie y medir macrorugosidades sobre longitudes arriba de 1 m son menos frecuentes o poco desarrollados. Los pocos que existen se basan en interferómetros de haces de rayos[32].

El perfilómetro heterodino Zygo 5500[33], es un interferómetro de trayectoria común, produce un patrón de interferencia, debido a la diferencia de fase que se obtiene entre la superficie de prueba y la de referencia, la cual es convertida en una diferencia de altura entre los dos haces sobre la superficie bajo prueba. La resolución lateral del instrumento es de $2 \mu\text{m}$ (tamaño de las manchas sobre la superficie), y la distancia de muestreo es la mitad de la resolución lateral. Ver figura 3.4.



Figura 3.4. Perfilómetro heterodino Zygo 5500.

El perfilómetro WYKO TOPO 2D[34] usa un interferómetro de Mirau e interferómetro de Linnik para diferentes ampliaciones y longitudes de perfil. Las diferencias de fase obtenidas por el instrumento son convertidas en diferencias en altura. La más alta sensibilidad es menor a 1μ en rms. Ver figura 3.5.

La máxima diferencia de altura entre pico–valle que puede ser medida con un perfilómetro óptico es igual a $\lambda/2$. Esto es porque hay una ambigüedad introducida cuando hay diferencias de trayectoria más largas que $\lambda/2$.



Figura 3.5. Perfilómetro Wyko topo 2D.

Para incrementar el valor máximo, se emplea una opción de múltiple longitud de onda, y entonces se calculan las alturas usando la “frecuencia beat”(frecuencia equivalente) entre dos longitudes de onda. Esta técnica da el mismo resultado como si la superficie fuera probada en una longitud de onda mucho más grande, sin embargo esta extensión vertical está limitada por la resolución lateral del objetivo de microscopio.

3.2.2. Perfilómetros mecánicos o de contacto.

Todos los instrumentos de contacto miden el perfil de la superficie con una aguja de diamante de exploración que toca la superficie. Las variaciones de altura son medidas cuando la aguja o la superficie es movida. Los movimientos de las agujas mecánicas son convertidos en

señales eléctricas, las cuales son amplificadas para dar una señal de salida DC.

El perfil puede ser desplegado como una línea sobre una gráfica; alternativamente los datos pueden ser digitalizados (un perfil digitalizado puede ser graficado con mayor flexibilidad en elegir la escala vertical y horizontal), e información adicional puede ser obtenida. Ver figura 3.6.

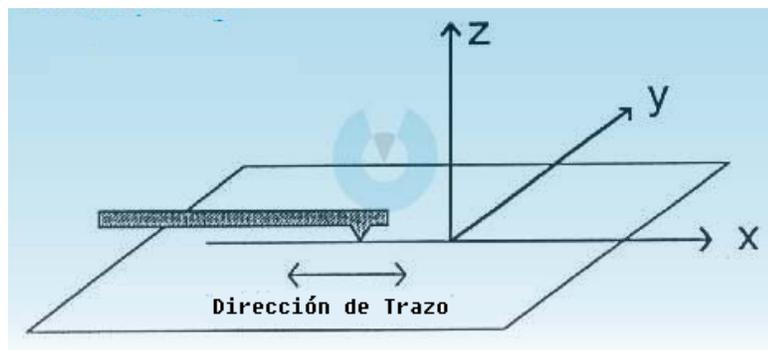


Figura 3.6. Aguja mecánica.

Las superficies al ser evaluadas con perfilómetros de contacto deben estar libres de polvo y partículas ya que estas aparecerán en el perfil de la superficie como saltos de alturas o cambio bruscos en el perfil de la superficie, afectando también el valor real de la rugosidad de la superficie. Las agujas de diamante tienen una afinidad con las películas de aceite las cuales serán prontamente absorbidas por la aguja, provocando que el perfil aparezca desplazado de su valor real.

Algunos perfilómetros están provistos con agujas de $12.5 \mu\text{m}$ de radio y al realizar la lectura del perfil pueden dañar la superficie o dar perfiles erróneos. Los instrumentos actuales no pueden obtener el perfil de superficies más suaves que 1 nm en rms.

Los perfilómetros altamente sensitivos tienen una aguja montada sobre un brazo pivote que rota hacia donde se realiza el escaneo, ver figura 3.7, la muestra permanece estacionaria, mientras que en otros, la aguja permanece fija mientras la muestra rota. El incremento de alturas digitalizadas es de 1μ para el rango de alturas $\leq 3.2 \mu\text{m}$ y 5μ para el rango de alturas de $\leq 16 \mu\text{m}$. La resolución lateral depende del radio de la aguja y las pendientes de la superficie pueden ser del orden de $0.2 \mu\text{m}$.

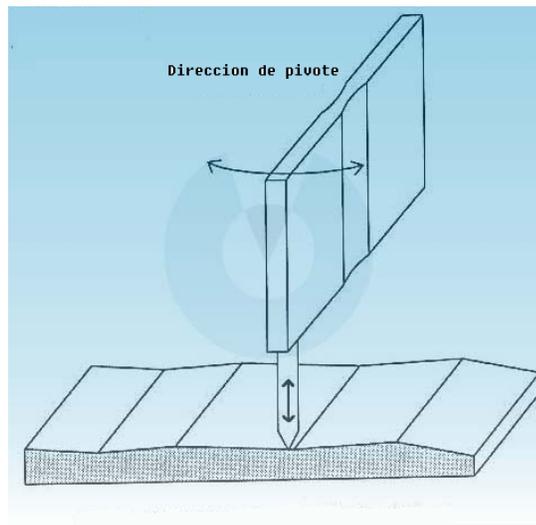


Figura 3.7. Perfilómetro con brazo pivote

Como se mencionó antes, la resolución lateral depende del radio de la aguja de diamante y la pendiente de la superficie a trabajar. Si asumimos que el perfil de la superficie es descrito por una onda senoidal simple teniendo una amplitud “a” y un periodo d, entonces para resolver el perfil completamente, la aguja esférica de radio r tiene que ajustarse a la onda senoidal; expresado en términos matemáticos, esto es

$$d = 2\pi\sqrt{ar} . \quad (3.4)$$

Si se utilizan agujas con radio menores la resolución aumenta pero corre el riesgo de producir daños a la superficie.

La repetitividad de los perfiles de las superficies depende de la rugosidad de la superficie a probar, del nivel de ruido electrónico del instrumento y que rms de rugosidad de la superficie corresponde a ésta. El incremento de alturas de la señal y de la estabilidad del movimiento de la aguja o superficie.

3.3 Esferómetros

Dado que la gran mayoría de los sistemas ópticos son construidos con superficies de revolución, consecuentemente la medición de las curvaturas es de gran importancia, ya que con ella se puede conocer la forma de la superficie bajo prueba.

Los instrumentos que permiten conocer el radio de curvatura de una región de una superficie son conocidos como esferómetros, los cuales pueden ser catalogados en tres tipos: Mecánicos, ópticos e interferométricos. Para saber que tipo de esferómetro debe emplearse se debe tomar en cuenta la forma de la superficie, tamaño, la etapa del proceso de fabricación y la precisión que es requerida en la medición de la superficie. Por ejemplo en la etapa de esmerilado los esferómetros mecánicos y plantillas son comúnmente usados: en superficies lisas reflectoras, de radios de curvatura grandes, los métodos interferométricos, así como otros métodos ópticos son los más apropiados.

Para superficies con radios pequeños cualquier tipo de esferómetro puede ser empleado.

3.3.1. Esferómetros Mecánicos.

3.3.1.1. Plantillas.

Una manera conveniente de medir la curvatura de una superficie es establecer el ajuste que la superficie tiene con una lamina o plantilla que ha sido cortada con una curvatura conocida. La orilla de la plantilla es puesta sobre la superficie y una fuente de luz es colocada en la parte posterior de la plantilla opuesta al del observador. Diferencias de

ajuste(aberturas) del orden de longitudes de onda pueden ser observadas. El movimiento longitudinal de una plantilla indicará si una abertura en particular está asociada con una mal formación de la plantilla, o si es una desviación de la superficie de la curvatura deseada, este método es cualitativo y es utilizado en las primeras etapas de la fabricación.

3.3.1.2. Esferómetro de 3 patas.

Éste es un dispositivo para determinar el radio de curvatura por medio de la medición de la sagita en una parte de una esfera y sólo puede ser usado en componentes ópticos con diámetros más grandes que el esferómetro.

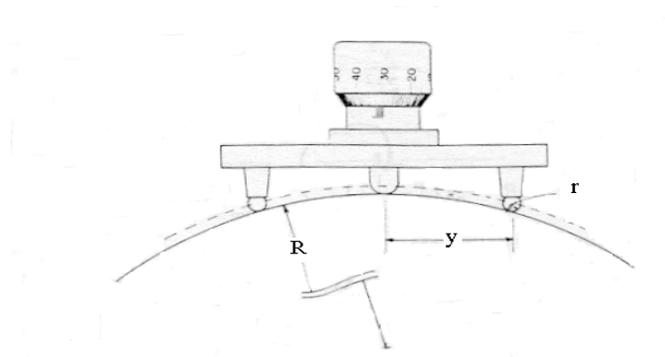


Figura 3.8. Esferómetro de 3 patas.

La parte de la esfera que está siendo medida, puede ser delineada, por medio de un corte o anillo que toca a la esfera en un círculo, el cual, es determinado por las tres patas igualmente espaciadas. En el centro del triángulo equilátero formado por ellas, un embolo con graduación micrométrica es usado para medir la sagita ver figura 3.8. Primero el

instrumento se coloca sobre una superficie plana para medir el cero de la escala. Enseguida se coloca en la superficie a ser medida, y el embolo se ajusta hasta que toque suavemente la superficie. Entonces la lectura de la sagita es hecha en la escala del embolo.

Asumimos que la esfera es tangente al plano xy en el origen y con su centro en el eje z . Tomando la sección circular de la esfera en el plano yz , tenemos

$$y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (3.5)$$

o

$$R = \frac{z^2 + y^2}{2z}, \quad (3.6)$$

donde y es la distancia del centro de cada bola al centro del embolo y z es la sagita medida. El radio de curvatura de la superficie está dado por

$$R = \frac{z}{2} + \frac{y^2}{2z} \pm r \quad (3.7)$$

donde r es el radio de las bolas que están en las patas. El signo mas se utiliza para superficies cóncavas y el signo menos para convexas. La precisión puede ser calculada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dR}{dz} = \frac{1}{2} - \frac{y^2}{2z^2} \quad (3.8)$$

o

$$\Delta R = \frac{\Delta z}{2} \left(1 - \frac{y^2}{z^2} \right). \quad (3.9)$$

3.3.2. Esferómetros Ópticos.

Este es el método más común para medir componentes ópticas pequeñas y de mediano tamaño. Un microscopio es enfocado primero sobre el vértice de la superficie (posición “A”) y después en su centro de curvatura (posición “B”). El método empleado mide la posición del instrumento en ambas lugares, y la diferencia entre estas da el radio de curvatura, la precisión del radio de curvatura depende de la precisión con que se realicen las lecturas, los esferómetros más sencillos miden desplazamientos con precisiones de ± 0.1 mm y ± 0.01 mm, ver figura 3.9.

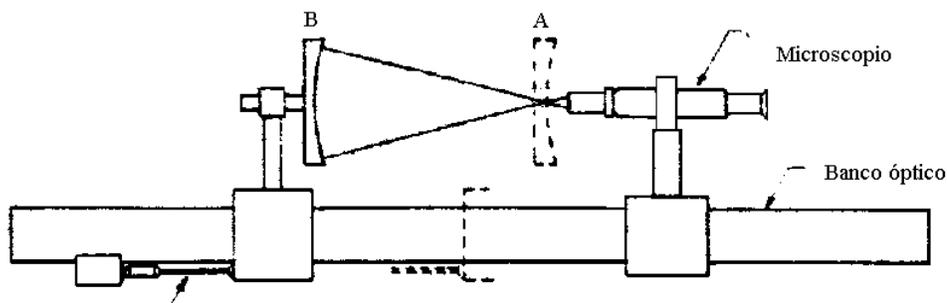


Figura 3.9. Esferómetro óptico.

Carnell y Welford [35] describieron un método similar, que requiere solamente una medida para superficies cóncavas. El microscopio es enfocado en el centro de curvatura. Para determinar la distancia desde la superficie, al centro de curvatura, un micrómetro interno es insertado y ajustado en este espacio, con una punta tocando la componente y la otra en el foco del microscopio. Las desviaciones estándar de unos pocos micrómetros son reportadas.

3.3.3. Esferómetros interferométricos.

Los esferómetros que permiten conocer el radio de curvatura de una superficie con gran precisión son los esferómetros interferométricos. Estos utilizan la superposición de haces de luz que provienen de la superficie de referencia y de la superficie bajo prueba. De los interferómetros más comunes se pueden mencionar el de Newton, Fizeau y los medidores de distancia.

3.3.3.1. Interferómetro de Newton

Al arreglo formado por dos superficies en contacto e iluminadas por una fuente extendida monocromática de luz es conocido como interferómetro de Newton, ver figura 3.10. Al patrón de interferencia formado por este interferómetro se le conoce como Anillos de Newton[36].

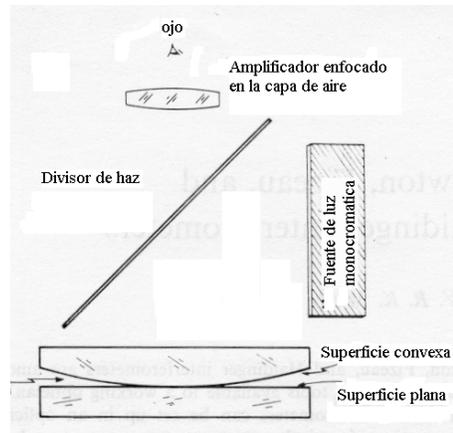


Figura 3.10. Interferómetro de Newton.

Este patrón se debe a la diferencia de camino óptico que existe entre las superficies en contacto, ya que una capa de aire se forma cuando nos alejamos del punto de contacto.

Si la luz que emana de una fuente monocromática (longitud de onda λ), incide en las superficies en contacto, donde una de ellas es una superficie esférica con un radio de curvatura R relativamente grande y la otra es una superficie plana, entonces, la sagita de la superficie está dada por

$$z = \frac{x^2}{2R}, \quad (3.10)$$

donde x es la distancia medida del centro de simetría. El n -ésimo orden de interferencia para un mínimo en la película ocurrirá cuando

$$x = (nR\lambda)^{1/2}, \quad (3.11)$$

donde x es la distancia de la n -ésima franja oscura al centro del patrón, n es el orden de la franja oscura, R es el radio de curvatura y λ la longitud de onda de la fuente de luz, ver figura 3.11. Así el radio de curvatura queda dado por la siguiente expresión

$$R = \frac{x^2}{n\lambda}, \quad (3.12)$$

la incertidumbre cometida al medir el radio de curvatura está dada por

$$dR = \frac{2x}{n\lambda} dx, \quad (3.13)$$

donde dx es la precisión con la que se puede medir la distancia de la n -ésima franja oscura.

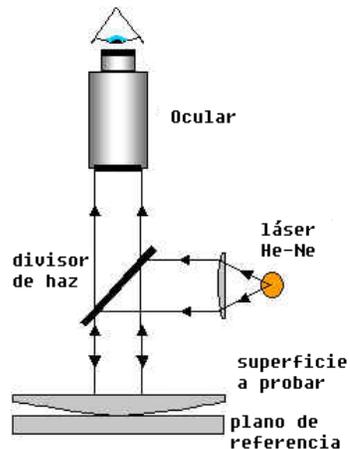


Figura 3.11. Arreglo de superficies para formar anillos de Newton.

3.3.3.2. Interferómetro Medidor de Distancia.

Una técnica clásica para medir radios de curvatura de una superficie esférica consiste en enfocar un autocolimador en la posición cofocal (centro de curvatura), y luego en la posición “ojo de gato” (vértice de la superficie), el desplazamiento medido entre estos puntos es el radio de curvatura.. Si medimos el frente de onda en estos dos puntos y rastreamos el movimiento de la superficie entre las posiciones con un interferómetro; la precisión alcanzada puede ser de una parte por millón. Al considerar el frente de onda en la medición del radio, al sistema se le conoce como interferómetro medidor de distancia[37]. Los errores que aparecen al enfocar en ambos puntos, están dados por

$$R = R_{\text{medido}} + \delta_{\text{cofocal}} - \delta_{\text{vertice}} \quad (3.14)$$

con

$$\delta_i = \frac{\Delta\phi\lambda}{1 - \sqrt{1 - (NA_{\text{lim}})^2}} \quad (3.15)$$

donde $\Delta\phi$ es el error de foco dado en longitudes de onda, λ la longitud de onda de la fuente del interferómetro, y NA_{lim} es la NA límite en cada una de las posiciones δ_i .

Para un láser de He – Ne y un error de foco de 0.01λ en la posición cofocal causa un error de $1 \mu\text{m}$ para una $NA = 0.1$.

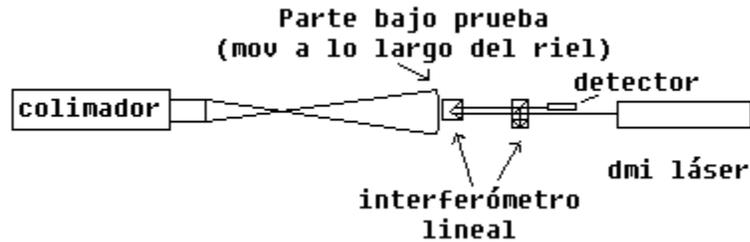


Figura 3.12. Interferómetro medidor de distancia.

3.4 Conclusiones

Las técnicas mencionadas para medir el perfil de una superficie o el radio de curvatura, se diferencian unas de otras por la precisión que alcanzan, y el costo de los instrumentos. De todas estas técnicas, las interferométricas logran mejor precisión, por tal motivo, se ha implementado una gran variedad instrumentos que utilizan esta técnica para conocer la forma de una superficie.

La desventaja de estas técnicas es que funcionan bien para superficies pequeñas, con diámetros del orden de 1 a 70 cm, pero cuando las superficies son mayores a un metro, algunas de ellas dejan de ser costeables para su implementación, ya que muchas ocasiones sus componentes son más costosas que la superficie a probar.

Elegir un instrumento para conocer la forma de una superficie dependerá de la precisión que uno requiera y del presupuesto para ello.

CAPITULO 4

ESFERÓMETROS PROPUESTOS

4.1. Antecedentes

En el año de 1996 en el INAOE, se organizó un seminario de pruebas óptica (bajo la dirección del Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez), enfocado a encontrar posibles pruebas ópticas factibles de aplicar a los paneles y espejo secundario del Gran Telescopio Milimétrico (GTM).

En esta reunión, se propusieron varios métodos, entre ellos el uso de esferómetros ópticos con elemento móvil. Esta propuesta fue desarrollada en dos direcciones diferentes, una de ellas reportada en el trabajo de tesis de maestría de Pascual Alonso[38] y la otra desarrollada en este capítulo.

4.2. Introducción

En este capítulo se presenta el diseño de dos esferómetro ópticos con elemento móvil, los cuales desplazan la imagen de una retícula desde el vértice de la superficie al centro de curvatura, midiendo este desplazamiento se puede conocer el radio de curvatura. Esta diferencia en

medir el radio de curvatura, resulta importante, ya que los esferómetros ópticos tradicionales presentan problemas mecánicos al medir radios de curvatura relativamente grandes en superficies convexas, porque al desplazar el esferómetro para enfocar en el centro de curvatura se requieren grandes desplazamientos, lo que mecánicamente no es posible realizar en muchas ocasiones.

Estos esferómetros ópticos con elemento móvil, están formados por una y dos lentes. También se presentan las expresiones para obtener el radio de curvatura con cada uno de los instrumentos propuestos, así como un análisis de cada uno de los instrumentos y el sistema de alineación empleado para realizar las lecturas de las posiciones.

4.3. Análisis con una lente simple

El esferómetro mide el radio de curvatura de una superficie, a partir de conocer el desplazamiento que sufre una componente óptica para llevar la imagen de una retícula desde el vértice de la superficie al centro de curvatura.

El esferómetro debe cumplir con algunas características para su fácil manejo y aplicación al espejo secundario del GTM. Las cuales son:

desplazamientos del elemento móvil menores a 0.2 metros, longitud del instrumento menor a un metro y que opere en un rango de trabajo de 0 a 4 metros.

Para realizar el diseño de una manera sencilla, utilizamos una lente simple como elemento móvil de longitud focal conocida y con separación del instrumento a la superficie fija. Así para que la imagen se desplace del vértice al centro de curvatura de la superficie, la lente debe cambiar de posición. Aplicando la fórmula gaussiana a ambas posiciones, se deben cumplir las siguientes relaciones, ver figura 4.1.

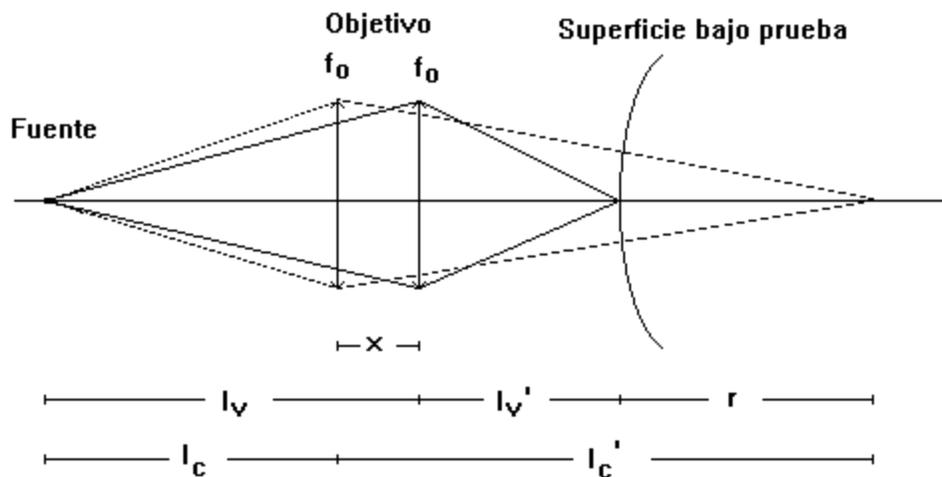


Figura 4.1. Características del sistema con un elemento móvil.

$$l_v = \frac{f_o l_v'}{f_o - l_v'}, \quad (4.1)$$

$$l_c = \frac{f_o l'_c}{f_o - l'_c}, \quad (4.2)$$

$$X = l_c - l_v, \quad (4.3)$$

$$l'_c = X + l'_v + r, \quad (4.4)$$

donde l_v es la separación de la fuente a la lente, l'_v es la separación de la lente al vértice de la superficie, l_c es la separación de la fuente a la lente, l'_c es la distancia de la lente al centro de curvatura, f_o es la longitud focal de la lente, y X es el desplazamiento del elemento móvil. Combinando las ecuaciones previas, se obtiene la siguiente expresión para el desplazamiento

$$X = \frac{[2f_o^2 - \beta f_o + \gamma] \pm \sqrt{4f_o^4 - 8l'_v f_o^3 + [8l'_v{}^2 + 4l'_v r + r^2] f_o^2 - 2\beta \gamma f_o + \gamma^2}}{2(f_o - l'_v)} \quad (4.5)$$

donde

$$\beta = 2l'_v + r, \quad (4.6)$$

$$\gamma = (l'_v + r)l'_v, \quad (4.7)$$

y

$$\varepsilon = 8l'_v{}^2 + 4l'_v r + r^2. \quad (4.8)$$

Como se puede observar en la ecuación (4.5), el desplazamiento del elemento móvil X , depende de l'_v , f_o y r . Donde r es el radio de curvatura local en algún punto de la superficie, (para el caso del espejo secundario, los radios de curvatura locales se encuentran en el rango de

1.7 a 3.5 m.). Así de las expresiones previas el radio de curvatura queda expresado como[39]

$$r = \frac{-(\Phi X^2 + \Omega X)}{\Phi X + f_o^2}, \quad (4.9)$$

con

$$\Phi = f_o - l'_v, \quad (4.10)$$

y

$$\Omega = (2f_o - l'_v)l'_v. \quad (4.11)$$

El radio de curvatura depende de l'_v , f_o y X , donde la longitud focal del sistema permanece constante, al igual que l'_v . Dependiendo únicamente de X .

4.3.1. Análisis de errores.

Al medir el radio de curvatura en una zona de la superficie, hay dos fuentes que introducen errores, una de ellas es al medir el desplazamiento de la lente, la segunda al posicionar exactamente la imagen.

Cuando se mide el desplazamiento de la lente para llevar la imagen de la retícula desde el vértice al centro de curvatura, se introduce errores en la lectura del radio de curvatura, ya que depende de la precisión con

que se midan los desplazamientos. Este error se puede ver como una función del desplazamiento X , es decir, $r = r(X)$, así la incertidumbre queda dada por la derivada de r con respecto a X , de la ecuación (4.9) obtenemos

$$dr = - \left[1 + \frac{\Omega f_o^2 - f_o^4}{[\Phi x + f_o^2]^2} \right] dx \quad (4.12)$$

con Φ y Ω definidos por las ecuaciones (4.10) y (4.11) respectivamente, siendo dx la incertidumbre al realizar la medición.

Con respecto a la posición exacta de la imagen, éste error es debido a que existe un intervalo de posiciones donde la imagen es la misma y está relacionada con el observador. Este error se conoce como profundidad de foco, y está dado por [40]

$$\delta = \pm \frac{\lambda}{2N \text{sen}^2 u_m}, \quad (4.13)$$

donde N es el índice de refracción del medio final, λ es la longitud de onda de la luz, u_m es la pendiente del rayo marginal en la salida. Dado que la abertura numérica está definida como

$$N.A. = N \text{sen} u_m, \quad (4.14)$$

sustituyendo (4.14) en (4.13), se obtiene

$$\delta = \frac{N\lambda}{2N.A.^2}, \quad (4.15)$$

y como

$$N.A. = \frac{1}{2f/\#}, \quad (4.16)$$

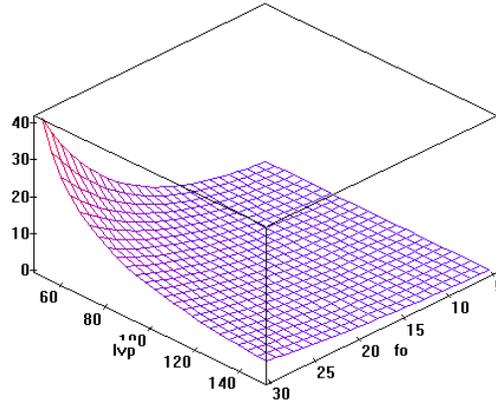
donde $f/\#$ es el número f del sistema, sustituyendo (4.16) en (4.15) obtenemos la expresión resultante para el defoco

$$\delta = 2N\lambda(f/\#)^2 \quad (4.17)$$

Donde el defoco depende del índice de refracción, la longitud de onda y del $f/\#$.

4.3.2. Diseño final del esferómetro.

Para obtener los parámetros a primer orden del diseño óptico del esferómetro, se impuso que los desplazamientos del elemento móvil sean menores a 20 cm, y como el radio de curvatura esta en el intervalo de 150 a 355 cm; de la ecuación (4.5) se grafica X vs f_o , l_v para ver que valores de X cumplen las condiciones previas, ver grafica 4.1.



Gráfica 4.1. Gráfica de X vs f_o , l'_v (dadas en cm).

De la grafica 4.1 se observa que los valores que satisfacen las condiciones previas son: longitudes focales de 0 - 30 cm y separación de la lente a la superficie bajo prueba de 90 a 180 cm. Tomamos los valores $f_o = 250$ mm y $l'_v = 1000$ mm, con estos valores y con las expresiones previas se obtuvieron los siguientes parámetros a primer orden, ver tabla 4.1.

Datos Entrada	Datos obtenidos
$l'_v = 1000$	$l_v = -333.33$
$f_o = 250$	$l'_c = 2819$
$\phi = 50$	$l_c = -274.43$
$R = 1768$	$x = 59.08$
$dr = 105.25 * dx$	$f/\# = 2.5$

Tabla 4.1. Parámetros a primer orden (dados en mm).

Es importante comentar, que este instrumento solo trabajará con objetos sobre el eje, así las aberraciones presentes son la aberración

esférica y la aberración cromática, las cuales se pueden corregir utilizando un doblete acromático[41] y un láser, para lo cual, se requiere que el elemento móvil tenga un $f/2.5$ o mayor, así el diámetro máximo de la lente es de $\phi=50$ mm.

El diseño a tercer orden del elemento móvil como doblete acromático, se realizó con el programa DACE elaborado por Sergio Vázquez[42], el cual utiliza el método de Kingslake[43], los parámetros a tercer orden y la aberración esférica longitudinal (AEL) que se obtuvieron son mostrados en la tabla 4.2.

$dfe = 250.001$	$diam = 50$
$AEL = 6.9e-5$	$d2 = 4$
$r1 = 4847.23037$	$r2 = -57.260$
$r3 = -109.15579$	$d1 = 21.7385$
$n1 = 1.5168$	$V1 = 64.17$
$n2 = 1.62004$	$V2 = 36.37$

Tabla 4.2. Parámetros a tercer orden (en mm).

El diseño final se obtuvo optimizando el diseño a tercer orden con el programa comercial Sigma2000[44] obteniéndose los parámetros de construcción mostrados en la tabla 4.3 y figura 4.2. El diagrama de manchas obtenido es mostrado en la figura 4.3.

El diseño que se obtuvo, cumple con las condiciones iniciales, la calidad de las imágenes son aceptables para la aplicación deseada, el

inconveniente es la precisión con la que se mide el radio de curvatura(r), ya que está depende de la precisión con la que se mida el desplazamiento del elemento(dx), ver tabla 4.1. Por ejemplo, para r del orden en μm dx debe ser del orden de nm , tres ordenes más de precisión. Debido a ello se buscara otra alternativa.

RADIOS	SEPARACION	DIÁMETRO	MATERIAL
4847.23037		50.00	
	21.7385		BK7
-57.2605		50.00	
	4.000		F2
-109.1557		50.00	
	1000.64		Aire
1768.00		2570.00	
	3094.4		Aire

Tabla 4.3. Parámetro del diseño final (en mm).

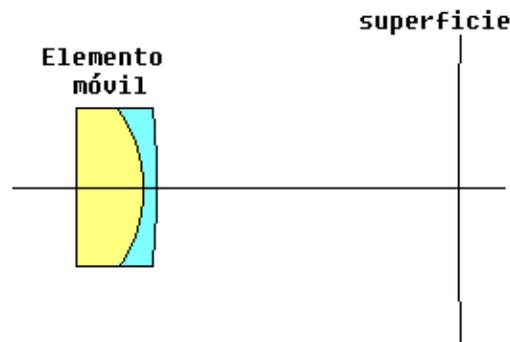


Figura 4.2. Diseño final de esferómetro.

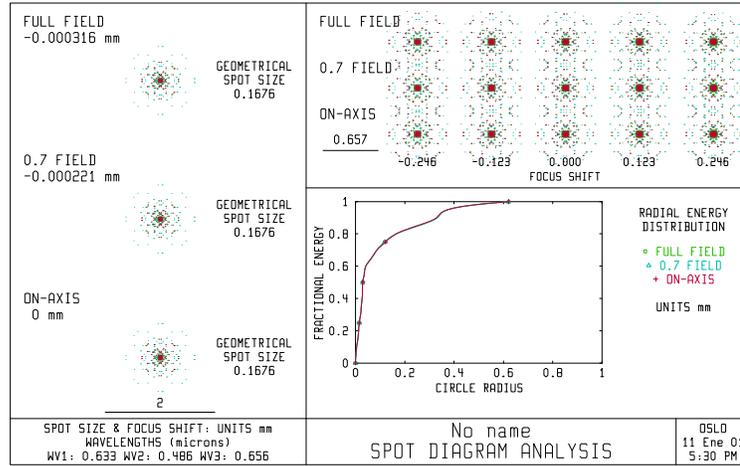


Figura 4.3. Diagrama de manchas.

4.4. Análisis con dos lentes simples.

En este caso el elemento móvil está formado por dos lentes, modificando la separación entre ellas, uno puede desplazar la imagen de una retícula del vértice al centro de curvatura de la zona de la superficie bajo prueba. Midiendo este desplazamiento uno puede conocer el radio de curvatura de la zona bajo prueba.

En el diseño las separaciones *objeto-lente a* y *lente b-superficie* permanecen constantes cuando se enfoca en cualquier punto de la superficie (vértice), pero cambian al enfocar en el centro de curvatura. Las posiciones de las componentes ópticas cuando se está enfocado en el vértice de la superficie y el centro de curvatura se muestra en la figura 4.4, de la cual se pueden deducir las siguientes relaciones:

$$f_{ab} = \frac{f_a f_b}{f_a + f_b - d}, \quad (4.18)$$

$$f'_{ab} = \frac{f_a f_b}{f_a + f_b - d'}, \quad (4.19)$$

$$l_v = \frac{f_{ab} l'_v}{f_{ab} - l'_v}, \quad (4.20)$$

$$l_c = \frac{f'_{ab} l'_c}{f'_{ab} - l'_c}, \quad (4.21)$$

$$H_1 = \frac{f_{ab} d}{f_b}, \quad (4.22)$$

$$H_2 = - \frac{f_{ab} d}{f_a}, \quad (4.23)$$

$$H'_1 = \frac{f'_{ab} d'}{f_b}, \quad (4.24)$$

$$H'_2 = - \frac{f'_{ab} d'}{f_a}, \quad (4.25)$$

$$l_v + d + l'_v = H_1 - H_2, \quad (4.26)$$

$$l_c + d' + l'_c = H_1 - H_2, \quad (4.27)$$

$$d + l'_v + H_2 = d' + l'_c + H'_2 - r. \quad (4.28)$$

Donde f_a , f_b son las longitudes focales de cada una de las lentes del elemento móvil, f_{ab} es la longitud focal de la combinación de las dos lentes, d es la separación entre las lentes, l_v , l'_v son las distancias objeto e imagen cuando se enfoca en el vértice de la superficie. d' es la separación de las lentes, l_c , l'_c son las distancias objeto e imagen

cuando se enfoca en el centro de curvatura. H_1 , H_2 , H'_1 y H'_2 son las posiciones de los planos principales cuando se enfoca en el vértice y en el centro de curvatura respectivamente.

Las ecuaciones (4.18) y (4.19) son las longitudes focales de la combinación; (4.20) y (4.21) se obtiene al aplicar la formula gaussiana, (4.22) a (4.25) son las posiciones de los planos principales y (4.26) a (4.28) son relaciones que se obtienen al considerar la longitud del instrumento, cuando se enfoca tanto en el vértice la superficie como en el centro de curvatura.

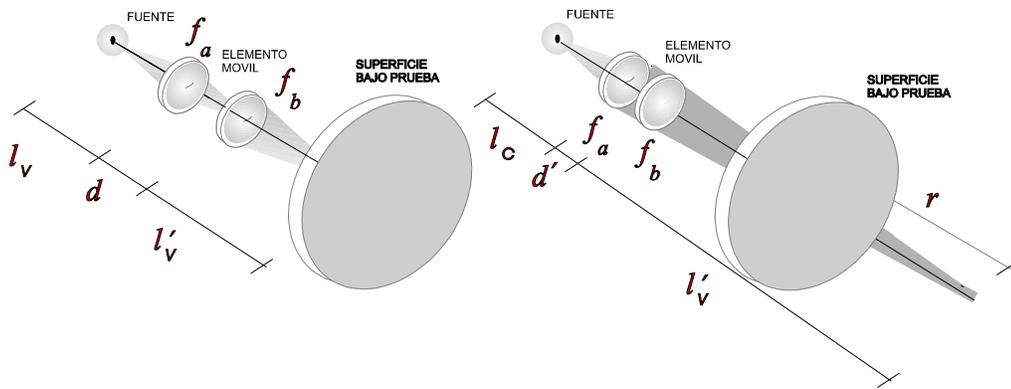


Figura 4.4. Características del elemento móvil con dos lentes simples.

Combinando las ecuaciones (4.18) a (4.28), se obtiene la siguiente expresión para el desplazamiento

$$X = \frac{-[\alpha + (f_a + f_b - d) + (f_a + f_b)/f_a] \pm \sqrt{\beta}}{2} \quad (4.29)$$

donde

$$\beta = \left[\alpha + (f_a + f_b - d) + \frac{(f_a + f_b)}{f_a} \right]^2 - 4 \left[\alpha (f_a + f_b - d) + \frac{(f_a + f_b)}{f_b} \right], \quad (4.30)$$

y

$$\alpha = r - l_v + \frac{f_{ab} d}{f_a} + \frac{f_{ab} d}{f_b} + l'_v. \quad (4.31)$$

De la ecuación (4.29) se puede ver que el desplazamiento depende de las longitudes focales de las componentes f_a , f_b , la separación inicial de las lentes d , de la distancia objeto-lente a , distancia lente b -superficie y del radio de curvatura a medir. De las ecuaciones (4.18) a (4.28) se obtiene la siguiente expresión para el radio de curvatura,

$$r = l_v - \frac{f_{ab} d}{f_a} - \frac{f_{ab} d}{f_b} - l'_v - X - \left[\frac{(f_a + f_b)(d - X)}{f_b(f_a + f_b - d + X)} \right] \quad (4.32)$$

donde

$$d = \frac{\left(\frac{l'_v l_v}{l_v - l'_v} \right) (f_a + f_b) - f_a f_b}{\left(\frac{l'_v l_v}{l_v - l'_v} \right)}, \quad (4.33)$$

El radio de curvatura depende de las distancias focales, las separaciones iniciales de la fuente-lente a , lente b-superficie y del desplazamiento X [45].

4.4.1. Análisis de errores

El error cometido al medir el radio de curvatura nuevamente depende de la medición del desplazamiento del elemento móvil, y de la profundidad de foco, ya que las longitudes focales, así como separaciones lente-objeto y lente-superficie son fijas, y un error en ellas introduce errores sistemáticos.

El error cometido al medir el radio de curvatura lo podemos ver como una función de X , resultando

$$dr = \left\{ \left[d - X + f_a f_b \right] \left(\frac{f_a + f_b}{f_a f_b^2} \right) \left[\frac{1}{f_a + f_b - d + X} \right] + 1 \right\} dX, \quad (4.34)$$

donde d esta dado por (4.33). Así, el error introducido al medir el radio de curvatura esta dado por los parámetros iniciales ($1_v, 1'_v, f_a, f_b$) y por la precisión con la que se realicen las medidas del desplazamiento.

La profundidad de foco, esta dada por la ecuación (4.13) y (4.17), en este caso la abertura numérica depende de la separación de las lentes y

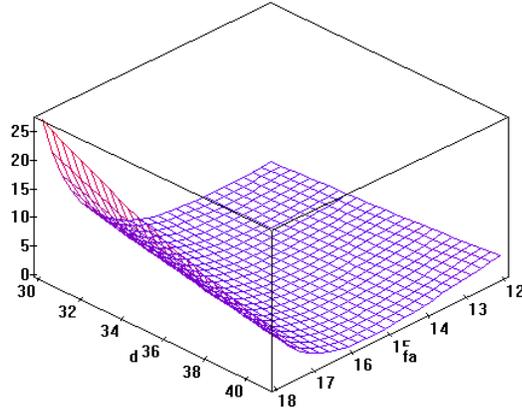
del radio de curvatura que esta siendo medido, ya que este se encuentra en el rango de (1.5 a 3.5m).

4.4.2. Diseño final.

Para obtener los parámetros del diseño óptico a primer orden, se consideraron algunas restricciones entre ellas que los desplazamientos del elemento móvil sean menores a 250 mm, l_v , l_v' y f_b son conocidos, además de que el radio de curvatura local en cualquier punto del espejo secundario se encuentra en el intervalo de 1500 a 3500 mm.

De la ecuación (4.32) se ve que X sólo depende de f_a y d , entonces para que X cumpla con las restricciones previas se grafico X vs f_a, d y se busco un par de valores de f_a y d que cumplan con dichas condiciones; ver grafica 4.2.

A partir de los valores de f_a y d y con ayuda de las ecuaciones (4.18) a (4.28), los parámetros resultantes del diseño óptico a primer orden son mostrados en la tabla 4.4.



Gráfica 4.2. X vs f_a , d (en cm)

Datos Entrada	Datos obtenidos
$f_a=170$	$f_{ab}=100.41$
$f_b=-259.7015$	$l_c=-250$
$l_v=-250$	$l'_c=2421.9$
$l'_v=600$	$f'_{ab}=114.26$
d= 350	dr=0.0473 dX

Tabla 4.4. Parámetros a primer orden (en mm).

Nuevamente el sistema trabajará sólo con objetos sobre eje, y las aberraciones presentes son la aberración esférica y cromática. Para corregirlas se tomaron las expresiones de las sumas de Seidel de lentes delgadas con aberración esférica mínima [46]. Posteriormente para pasar del diseño de lentes delgadas al diseño de lentes gruesas se utilizó el programa *grueso*[47], el cual introduce espesores a una lente delgada, manteniendo constante la longitud focal y minimizando la aberración

esférica, variando las curvaturas de la lente. Los resultados obtenidos son mostrados en la tabla 4.5.

Radios	Separación	Diámetro	Material
638.5402	245.843836	50	
	8		SF6
-124.8124		50	
	345.05874		Aire
-981.9778		50	
	8		SF6
191.9254	599.193	50	

Tabla 4.5. Diseño a tercer orden (en mm).

Los parámetros de construcción del diseño final son mostrados en la tabla 4.6. El diseño se obtuvo al optimizar el diseño a tercer orden con el paquete comercial OSLO LT6[48]. Un esquema del diseño es mostrado en la figura 4.5. Finalmente la figura 4.6 muestra el diagrama de manchas del sistema.

#	RADIUS	SEPARACION	DIAMETRO	MATERIAL
1	638.5402	245.844	5.00	
		8		SF6
2	-124.8124		5.00	
		345.059		Aire
3	-981.9778		5.00	
		8		SF6
4	191.925		5.00	
		599.193		Aire

Tabla 4.6. Parámetro de construcción (en mm).

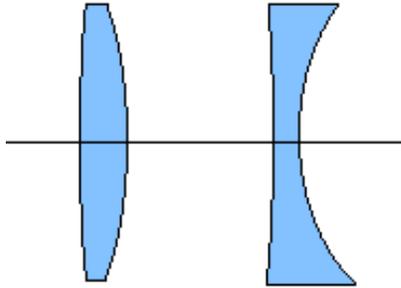


Figura 4.5. Esquema del esferómetro.

El diseño final que se obtuvo cumple con las condiciones iniciales, además la precisión obtenida al medir el radio mejora notablemente respecto al diseño con una sola lente. Una de las desventajas que se presentan es que la longitud focal del sistema cambia cuando se mueve el elemento móvil para llevar la imagen del vértice de la superficie al centro de curvatura, y como a lo largo de la superficie el radio de curvatura cambia de aproximadamente 1.7 m a 3.7 m, las aberraciones del sistema también cambian, pero la imagen se mantiene dentro de un rango aceptable. Si uno sacrifica la calidad de la imagen, este segundo instrumento puede emplearse para medir los radios de curvatura, ya que las presiones en el radio de curvatura mejoran notablemente.

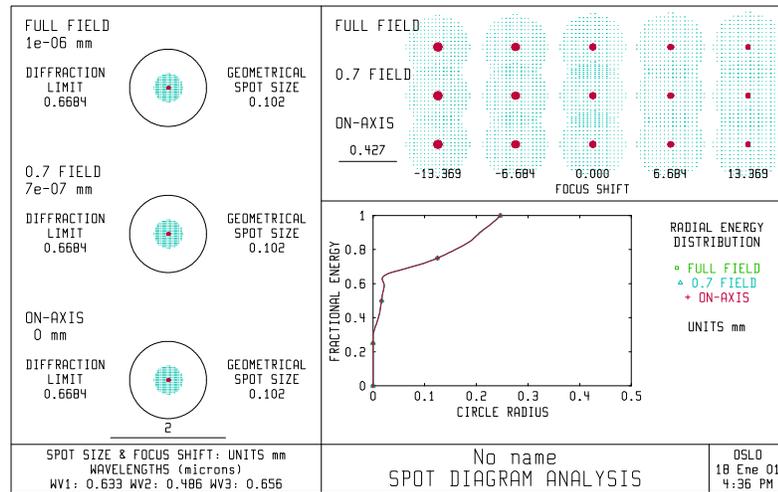


Figura 4.6. Diagrama de manchas del sistema.

4.5. Conclusiones.

Se presentó el diseño de dos esferómetros ópticos junto con su análisis para realizar la lectura del radio de curvatura, así como de los errores que se introducen. Como se observó cada uno de ellos alcanza diferentes precisiones en la lectura del desplazamiento del elemento móvil ya que depende de la precisión con la que se realice la medición, por lo cual, se pueden utilizar en diversas etapas de la construcción de la superficie.

Es importante mencionar que con estos instrumentos se pueden medir los radios de curvatura de cualquier tipo de superficies esféricas, siempre y cuando los radios de curvatura se encuentren dentro del intervalo de 150 a 355 cm.

Una ventaja sobre los esferómetros ópticos tradicionales es que al realizar la lectura de los radios de curvatura en superficies convexas, las limitaciones mecánicas son superadas, además de que no es necesario desplazar el instrumento completo.

Las expresiones obtenidas permiten diseñar instrumentos similares con diferentes restricciones y rangos de operación. Los diseños finales mostrados sirven para probar el espejo secundario del GTM, la precisión de los instrumentos mejorará cuanto más precisa sea la lectura de las posiciones.

Para probar el espejo secundario del GTM a partir de medir radios de curvatura locales se propone utilizar el esferómetro óptico con elemento móvil compuesto por dos lentes.

CAPITULO 5

PERFILOMETRO PROPUESTO

5.1 Introducción

Los perfilómetros son instrumentos que permiten obtener la forma de una superficie. La gran mayoría de ellos han sido diseñados para probar superficies con diámetros menores a un metro. Por tal motivo, en este capítulo se presenta el diseño, funcionamiento y análisis de un esfero-perfilómetro, el cual, funciona bajo el principio de un sistema FOCOIVA[49], (FOcal COntant and Image VArIable).

El esfero-perfilómetro, se utilizará como cabeza de medición de la máquina de coordenadas XYZ elaborada en el INAOE[50], permitiendo con ello, caracterizar los espejos del GTM(espejo secundario y segmentos espejo primario). Las lecturas realizadas con el instrumento serán almacenadas y procesadas en una computadora de manera automática; al integrar esta información será posible conocer la forma de la superficie bajo prueba con su respectiva incertidumbre.

5.2. Diseño a primer orden.

El instrumento a diseñar se utilizará para medir el radio de curvatura y las coordenadas de algunos puntos en el espejo secundario y los paneles que formaran el espejo primario del GTM. Al medir únicamente las coordenadas de algunos puntos el instrumento funcionará como perfilómetro, al medir los radios de curvatura y coordenadas funcionará como esferómetro.

Para medir el radio de curvatura, se desplazan algunas componentes ópticas, con lo cual se desplaza la imagen de una retícula desde el vértice de la superficie hasta el centro de curvatura. Para medir los radios de curvatura de cualquier zona del espejo secundario, la imagen debe desplazarse en un rango de 1 a 3.5 m.

Para realizar el diseño del instrumento, se tomaron en cuenta las siguientes restricciones:

- a).- La longitud del sistema óptico debe ser constante.
- b).- La distancia de la retícula a la primera lente permanece fija.
- c).- La imagen de la retícula debe desplazarse de (1 a 3.5 metros).
- d).- La longitud focal del sistema óptico debe ser constante (amplificación angular del sistema constante).

La medición del radio de curvatura se podría realizar con un sistema formado con 2 lentes, y desplazando una de ellas al mover la imagen del vértice al centro de curvatura de la superficie. El inconveniente es que al mover la lente, la longitud focal del sistema cambia originando que el tamaño de la imagen cambie.

Para solucionar este problema tomamos un sistema formado por 4 lentes, donde la primera y última lente permanecen estáticas, mientras que las lentes internas son móviles, pero con diferentes curvas de desplazamiento. Esto se puede ver como si una de ellas mantiene la longitud focal constante, mientras la otra reduce la curvatura de campo del sistema.

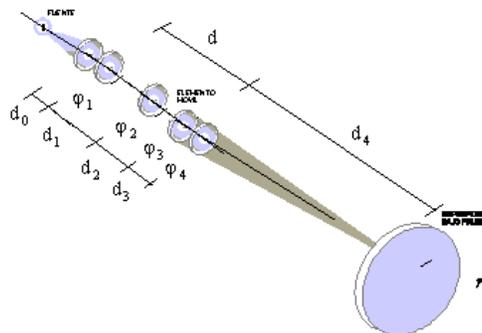


Figura 5.1. Esfero-perfilómetro con elemento móvil.

Este instrumento se utilizará principalmente para medir radios de curvatura locales largos en superficies esféricas convexas, así como para

obtener el perfil de la superficie. El instrumento será montado en una mesa perfilométrica, (maquina XYZ, que sé esta construyendo en el INAOE), con la cual, se podrá medir la posición y el valor del radio de curvatura. Un diagrama del instrumento a diseñar como lentes delgadas es mostrado en la figura 5.1.

Tomando en cuenta las restricciones impuestas al sistema y el trazo de rayos en forma matricial realizado en el sistema FOCOIVA[51], se encontró que la matriz del sistema total esta dado por

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - d_1\varphi_2 & d_1 \\ d_1\varphi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - d_3\varphi_4 & d_3 \\ d_3\varphi_4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - d_2\varphi_3 & d_2 \\ d_2\varphi_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - d_1\varphi_1 & d_1 \\ d_1\varphi_1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.1)$$

donde φ_s son las potencias de las lentes, y d_s son las separaciones de las lentes. Realizando la multiplicación de las matrices, se encuentra que

$$a = (1 - d_1\varphi_2)[(1 - d_3\varphi_4)(1 - d_2\varphi_3) - d_2\varphi_4] - d_1[(1 - d_3\varphi_4)\varphi_3 + \varphi_4], \quad (5.2a)$$

$$b = -[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2][(1 - d_3\varphi_4)(1 - d_2\varphi_3) - d_2\varphi_4] - (1 - d_1\varphi_1)[(1 - d_3\varphi_4)\varphi_3 + \varphi_4], \quad (5.2b)$$

$$c = (1 - d_1\varphi_2)[(1 - d_2\varphi_3)d_3 + d_2] + d_1(1 - d_3\varphi_3), \quad (5.2c)$$

$$d = (1 - d_1\varphi_1)(1 - d_3\varphi_3) - [(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2][(1 - d_2\varphi_3)d_3 + d_2], \quad (5.2d)$$

de las propiedades de la matriz óptica, la potencia total del sistema esta dada como

$$\varphi = -b, \quad (5.3)$$

entonces

$$\varphi = [(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2][(1 - d_3\varphi_4)(1 - d_2\varphi_3) - d_2\varphi_4] + (1 - d_1\varphi_1)[(1 - d_3\varphi_4)\varphi_3 + \varphi_4], \quad (5.4)$$

para el caso de objeto al infinito, la ecuación para trazar un rayo marginal axial esta dada como[52]

$$\begin{pmatrix} u'_4 \\ h_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ h_0 \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

donde u'_4 es el ángulo de convergencia en el espacio imagen, h_0 es la altura de incidencia en la lente 1 y h_4 es la altura de incidencia en la lente 4. De la ecuación (5.5)se obtiene

$$u'_4 = bh_0, \quad (5.6a)$$

$$h_4 = dh_0, \quad (5.6b)$$

del trazo de rayos sabemos que

$$d_4 = -\frac{h_4}{u'_4}, \quad (5.7)$$

sustituyendo (5.6), (5.3) y (5.2d) en (5.7) la distancia de la última superficie a la imagen esta dada como

$$d_4 = \frac{1}{\varphi} \left[(1 - d_1\varphi_1)(1 - d_3\varphi_3) - [(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2] \left[(1 - d_2\varphi_3)d_3 + d_2 \right] \right], \quad (5.8)$$

considerando que la distancia de la primera a la ultima lente, d , permanece constante, entonces

$$d = d_1 + d_2 + d_3. \quad (5.9)$$

Para conocer la amplificación del sistema, se utiliza la ecuación que traza un rayos principal, dada por

$$\begin{pmatrix} u_4 \\ h_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha d_0 \end{pmatrix}, \quad (5.10)$$

donde α es el campo de visión semi-angular.

La amplificación angular del sistema queda expresada por

$$m_\alpha = \frac{u_4}{\alpha}, \quad (5.11)$$

sustituyendo (5.10) y (5.2) en (5.11), se obtiene

$$m_{\alpha} = (1 - d_1\varphi_2)(1 - d_3\varphi_4)(1 - d_2\varphi_3) - d_2\varphi_4 - d_1[(1 - d_3\varphi_4)\varphi_3 + \varphi_4] - \varphi d_0 \quad (5.12)$$

Haciendo una transferencia al plano imagen, podemos calcular la posición de la imagen, \bar{h}_5 , que corresponde a α .

$$\bar{h}_5 = \bar{h}_4 + \bar{u}'_4 d_4, \quad (5.13)$$

sustituyendo (5.10) en (5.13)

$$\bar{h}_5 = -\frac{\alpha}{b}(cb - ad), \quad (5.14)$$

una de las propiedades de la matriz óptica es que el determinante es 1, así

$$\bar{h}_5 = -\frac{\alpha}{b}, \quad (5.15)$$

o

$$\bar{h}_5 = \frac{\alpha}{\varphi}. \quad (5.16)$$

La ecuación (5.16) es importante ya que muestra que la altura de la imagen no depende de la separación de las lentes.

5.3. Cálculo de potencias.

Para encontrar los parámetros a primer orden como son potencias de las lentes y separaciones, debemos definir algunos parámetros de entrada y con ellos obtener los restantes. Es decir, definir el tipo de movimiento que tendrán las lentes.

5.3.1. Caso I.

Presentamos el caso cuando las dos lentes interiores se mueven en direcciones opuestas (existiendo otras posibilidades), resultando las siguientes condiciones iniciales

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = 0 \\ a_4 = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Si se utiliza a d_3 para controlar la potencial total del sistema, y sustituimos (5.9) en (5.4), despejando previamente a d_2 de (5.9) se obtiene

$$- \varphi_3 \varphi_4 [(1 - d_1 \varphi_2) \varphi_1 + \varphi_2] d_3^2 + \left[[1 + (d - d_1) \varphi_4] [\varphi_2 + (1 - d_1 \varphi_2) \varphi_1] - (1 - d_1 \varphi_1) \varphi_4 \right] \varphi_3 d_3 + \left[[(1 - d_1 \varphi_2) \varphi_1 + \varphi_2] [1 - (d - d_1) (\varphi_3 + \varphi_4)] + (1 - d_1 \varphi_1) (\varphi_3 + \varphi_4) - \varphi \right] = 0. \quad (5.18)$$

Las ecuaciones (5.8) y (5.18) son las ecuaciones de movimiento de las lentes, ahora sustituyendo las condiciones iniciales dadas por (5.17) en (5.4), (5.8) y (5.12) resulta

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - d(\varphi_1 + \varphi_2)(\varphi_3 + \varphi_4), \quad (5.19a)$$

$$d_{4i} = \frac{1}{\varphi} [1 - d(\varphi_1 + \varphi_2)], \quad (5.19b)$$

$$m_{\alpha i} = 1 - d(\varphi_3 + \varphi_4) - \varphi d_0, \quad (5.19c)$$

sustituyendo (5.19a) y tomando una por una las condiciones dadas en (5.17) en (5.18) se obtiene

$$\varphi_4 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{1 - d(\varphi_1 + \varphi_2)}. \quad (5.19d)$$

donde d_{4i} es la posición inicial del plano imagen y $m_{\alpha i}$ es la amplificación angular inicial. Definiendo algunas constantes como

$$C_1 = \frac{1 - m_{\alpha i} - \varphi d_0}{d}, \quad (5.20a)$$

$$C_2 = \frac{1 - \varphi d_{4i}}{d}, \quad (5.20b)$$

entonces despejando φ_1 de (5.19b) da

$$\varphi_1 = C_2 - \varphi_2, \quad (5.21a)$$

despejando φ_3 de (5.19c)

$$\varphi_3 = C_1 - \varphi_4, \quad (5.21b)$$

sustituyendo (5.21a) en (5.19d)

$$\varphi_4 = \frac{C_2}{1 - dC_2}, \quad (5.21c)$$

y sustituyendo (5.21a), (5.21b) y (5.20a) en (5.19a) y despejando $m_{\alpha i}$ resulta

$$m_{\alpha i} = \frac{1 - \varphi d}{1 - C_2 d} - \varphi d_0. \quad (5.21d)$$

Si los datos iniciales son φ , d_0 , d , y d_{4i} , y utilizamos (5.9), (5.18), (5.20) y (5.21) entonces habrá solo 2 variables independientes d_1 y φ_2 ; que dependen del rango de movimiento del plano imagen.

5.3.2. Caso II

Ahora si las lentes se mueven en la misma dirección, las condiciones iniciales son

$$\begin{cases} a_{1i} = 0 \\ a_{2i} = 0 \\ a_{3i} = 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

sustituyendo (5.22) en (5.4), (5.8) y (5.12) da

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - d\varphi_4(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3), \quad (5.23a)$$

$$d_{4i} = \frac{1}{\varphi} [1 - d(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)], \quad (5.23b)$$

$$m_{ci} = 1 - d\varphi_4 - \varphi d_0, \quad (5.23c)$$

Como en el caso anterior, si utilizamos a d_2 para controlar la potencia total, sustituyendo (5.9) en (5.4) y despejando d_3 se obtiene

$$\begin{aligned} \varphi_3\varphi_4[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2]d_2^2 + \{[1 - (d - d_1)\varphi_4][\varphi_2 + (1 - d_1\varphi_2)\varphi_1] - (1 - d_1\varphi_1)\varphi_4\} \varphi_3d_2 \\ - \{[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2][1 - (d - d_1)\varphi_4] + (1 - d_1\varphi_1)[\varphi_3 + \varphi_4 - (d - d_1)\varphi_3\varphi_4] - \varphi\} = 0, \end{aligned} \quad (5.24)$$

la potencia φ_4 se obtienen al sustituir (5.22) en (5.24), al despejarla de (5.23c) y usar (5.20a)

$$\varphi_4 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{1 - d(\varphi_1 + \varphi_2)}, \quad (5.25)$$

$$\varphi_4 = \frac{1 - m_{ci} - \varphi d_0}{d} \quad (5.26)$$

$$\varphi_4 = C_1, \quad (5.27)$$

ahora de (5.27) y (5.25) despejamos φ_1

$$\varphi_1 = \frac{C_1}{1 - C_1 d} - \varphi_2, \quad (5.28)$$

y usando (5.20), (5.23b) y (5.28)

$$\varphi_3 = \frac{C_2(1 - C_1 d) - C_1}{1 - C_1 d}. \quad (5.29)$$

Las constantes C_1 y C_2 están dadas por las ecuaciones (5.20a) y (5.20b), las ecuaciones de las potencias (5.27), (5.28) y (5.29) son equivalentes a las ecuaciones (5.21c), (5.21a) y (5.21b). Donde las ecuaciones (5.8) y (5.24) son las ecuaciones de movimiento, que no son las únicas opciones de movimiento.

Así para encontrar los parámetros a primer orden del sistema es necesario definir algunos parámetros de entrada que tiene que ver con la aplicación deseada, y junto con las expresiones previas encontrar los parámetros restantes. Las condiciones iniciales dadas previamente pueden variar para obtener un instrumento similar en un rango de operación diferente.

5.4 Cálculo de parámetros a primer orden.

En esta sección se calculan los parámetros paraxiales y las curvas de movimiento de las lentes móviles del perfilómetro. El proceso de medición de coordenadas se realizara de la siguiente manera:

- El brazo de la maquina XYZ (que sujetara el perfilómetro) será programado para moverse en una trayectoria (a una distancia fija) por arriba de la forma ideal(o esperada) de la superficie bajo prueba, permitiendo que el perfilómetro quede a una distancia radial constante a la superficie ver figura 5.2.
- El instrumento es enfocado sobre la superficie, y se espera que permanezca así durante el proceso de medición si no existen errores en la forma de la superficie, de lo contrario al medir las coordenadas punto a punto el instrumento deberá ser enfocado moviendo las componentes móviles.
- Se espera que si es requerido desplazar la imagen estos desplazamientos sean pequeños, lo que indicara que los errores en la superficie son pequeños.

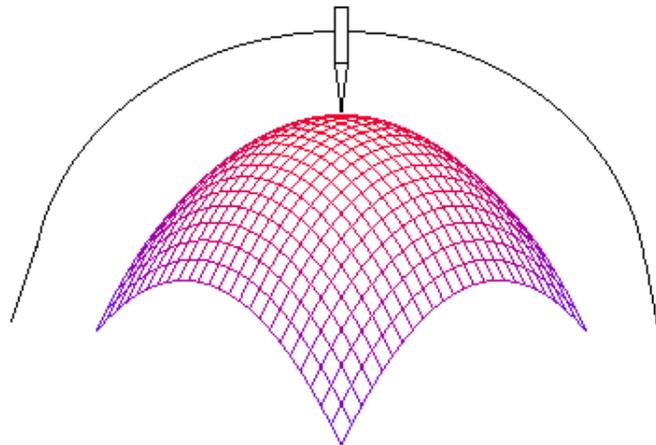


Figura 5.2. Lectura de coordenadas

Tomando en cuenta lo anterior y de que el instrumento debe ser ligero se eligieron los siguientes valores de d_o , d y d_{4i}

$$\begin{cases} d_o = 100 \text{ mm} \\ d = 200 \text{ mm} \\ d_{4i} = 350 \text{ mm} \end{cases} \quad (5.30)$$

Teniendo presente que la calidad de la imagen a obtener por el sistema esta limitada por la difracción, se tomo el criterio de Rayleigh, en el cual, la potencia total del sistema φ depende del tamaño de la mancha (en nuestro caso tomamos un tamaño de $5 \mu\text{m}$), la longitud de onda de la fuente (se consideró como $\lambda=632.8\text{nm}$), y el tamaño del diafragma de abertura, así, la longitud focal del sistema esta dada por[53]

$$f = \frac{D_S D_P}{2.44 \lambda}, \quad (5.31)$$

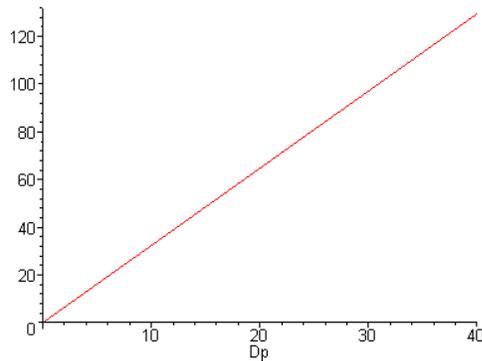
donde D_S es el tamaño de la mancha, λ es la longitud de onda de la fuente, y D_P es el tamaño del diafragma de abertura. Sustituyendo los valores de λ y D_S en la ecuación (5.31), se obtiene

$$f = 3.238274854 D_P; \quad (5.32)$$

como se observa, la longitud focal depende del tamaño del diafragma de abertura, una gráfica de esta dependencia lineal es mostrada en la gráfica

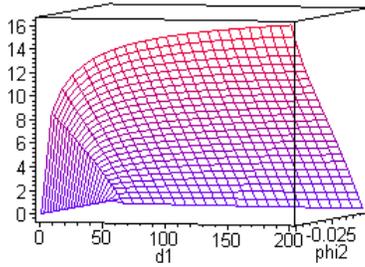
5.1. Para que el instrumento sea ligero se requiere que las componentes opto-mecánicas sean pequeñas, así elegimos un $D_P=38$ mm, resultando una distancia focal de 127 mm (potencia de $\varphi = 1/127$ mm).

El siguiente paso es encontrar la potencia y separación de cada una de las componentes ópticas, las cuales sólo dependen de d_1 y φ_2 como se mostró previamente. Para ello se gráfico d_2 vs d_1 , φ_2 , y se buscó que valores de d_1 y φ_2 cumplen con las condiciones iniciales y dan valores reales ya que las soluciones imaginarias no nos interesan ver grafica 5.2.

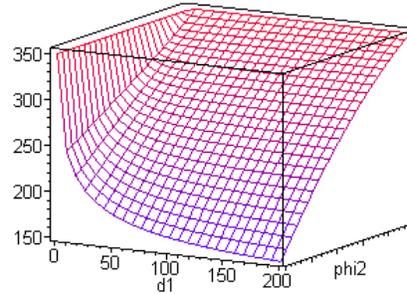


Grafica 5.1. f vs D_P (en mm).

Una gráfica similar se realizó para d_4 vs d_1 , φ_2 , que ilustra la posición de la imagen respecto a la lente 4, ver grafica 5.3. Con ayuda de las gráficas seleccionamos a $\varphi_2 = -0.03$, la cual cumple las condiciones previas.

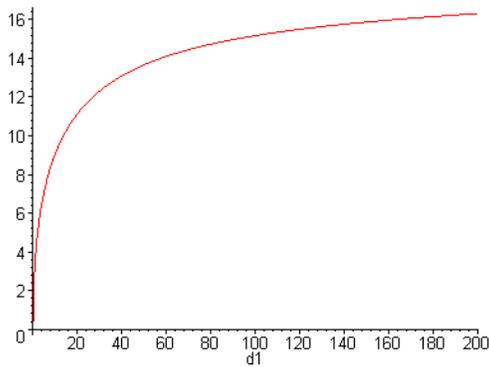


Grafica 5.2. d_2 vs φ_2 , d_1 (cm)

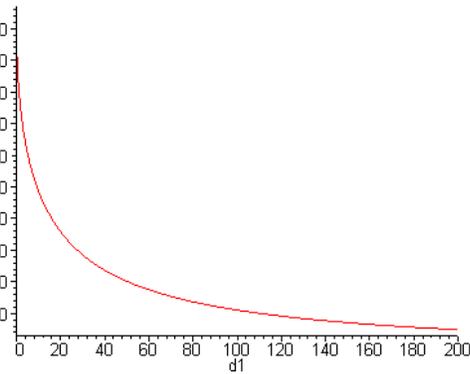


Grafica 5.3. d_4 vs φ_2 , d_1 (cm)

Tomando el valor previo de φ_2 se realizaron las graficas 5.4 y 5.5 las cuales muestran el movimiento de la lente L_3 y la imagen respecto a la posición de la lente L_2 , la cual va de 350 a 150 mm.



Grafica 5.4. d_2 vs d_1



Grafica 5.5. d_4 vs d_1

Las potencias resultantes de las lentes L_1 , L_3 y L_4 son $\varphi_1 = 0.0102739$, $\varphi_3 = 18721/927100$ y $\varphi_4 = 423/70000$ (en mm^{-1}). Como se puede ver, al una vez definidos los rangos de operación y tamaño de las

componentes, las potencias, separaciones y curvas de desplazamiento de las lentes son obtenidas.

5.5. Análisis de errores.

Para medir las coordenadas en alguna zona de la superficie bajo prueba, primeramente el brazo de la máquina XYZ desplaza el instrumento a la zona deseada donde se realizará la medición, para esto, el instrumento ha sido enfocado previamente sobre la superficie (ya que el brazo ha sido programado para tener el movimiento de la forma de la superficie), de no ser así, se desplazan las componentes ópticas hasta que la imagen está situada sobre la superficie y el enfoque es logrado nuevamente.

El desplazamiento de las componentes vimos que dependen del desplazamiento de la lente 2, es decir d_1 ; así d_4 queda en función de $d_4 = d_4(d_1)$. Un error cometido al medir el desplazamiento de la imagen lo podemos representar como

$$D_4 = d_4 + \Delta d_4, \quad (5.33)$$

donde Δd_4 es el error cometido al medir d_4 , el cual puede ser encontrado al derivar d_4 como función de d_1

$$\Delta d_4 = \frac{d}{d d_1} \{ d_4 \}. \quad (5.34)$$

Para encontrar Δd_4 debemos derivar la ecuación, (5.3) con respecto a d_1 , pero tanto d_2 , como d_3 depende también de d_1 , y esta dado por las expresiones (5.15) y (5.4) respectivamente. Primeramente resolvemos la ecuación de segundo grado (5.15), la cual se reduce a

$$d_3 = \frac{-\left[|1+(d-d_1)\varphi_4|\left|\varphi_2+(1-d_1\varphi_2)\varphi_1\right|-(1-d_1\varphi_1)\varphi_4\right]\varphi_3 \pm \alpha}{-2\varphi_3\varphi_4\left[(1-d_1\varphi_2)\varphi_1+\varphi_2\right]}, \quad (5.35)$$

donde

$$\alpha = \sqrt{\left[|1+(d-d_1)\varphi_4|\left|\varphi_2+(1-d_1\varphi_2)\varphi_1\right|-(1-d_1\varphi_1)\varphi_4\right]^2\varphi_3^2 + \beta}, \quad (5.36)$$

con

$$\beta = \left|4\varphi_3\varphi_4\left[(1-d_1\varphi_2)\varphi_1+\varphi_2\right]\gamma\right|, \quad (5.37)$$

y

$$\gamma = \left|[(1-d_1\varphi_2)\varphi_1+\varphi_2]\left|1-(d-d_1)(\varphi_3+\varphi_4)\right|+(1-d_1\varphi_1)(\varphi_3+\varphi_4)-\varphi\right|. \quad (5.38)$$

Para calcular la derivada de d_4 con respecto a d_1 , sustituimos (5.4) y (5.15) en (5.3) y derivando se obtiene

$$\frac{d}{d d_1}(d_4) = \frac{\Delta d}{\varphi} \left\{ (-\varphi_1)(1-d_3\varphi_3) + (1-d_1\varphi_1) \left(-\varphi_3 \left[\frac{d}{d d_1}(d_3) \right] \right) - \delta \right\}; \quad (5.39)$$

con Δd la incertidumbre cometida al medir los desplazamientos de las componentes ópticas, con

$$\delta = \left| -\varphi_1\varphi_2 \left[(1 - d_2\varphi_3)d_3 + d_2 \right] - \left[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right] \chi \right|, \quad (5.40)$$

$$\chi = \left[\left(\frac{d}{d} \frac{d}{d_1} (d_3) \right) (1 - d_2\varphi_3) + d_3\varphi_3 \left(\frac{d}{d} \frac{d}{d_1} d_2 \right) + \left(\frac{d}{d} \frac{d}{d_1} d_2 \right) \right], \quad (5.41)$$

pero

$$\frac{d}{d} \frac{d}{d_1} (d_2) = -1 - \frac{d}{d_1} (d_3), \quad (5.42)$$

y

$$\frac{d}{d} \frac{d}{d_1} (d_3) = \frac{\left\{ -2\varphi_3\varphi_4 \left[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right] \right\} \left\{ \frac{d}{d} \frac{d}{d_1} (-b) \pm \frac{d}{d} \frac{d}{d_1} \alpha \right\} - \varepsilon}{4\varphi_3^2\varphi_4^2 \left[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right]^2}, \quad (5.43)$$

con α dado por (5.36), y

$$\varepsilon = \left| -b \pm \alpha \right| \left| 2\varphi_1\varphi_2\varphi_3\varphi_4 \right|, \quad (5.44)$$

las derivadas que aparecen en el numerador de (5.43) y b están dadas por

$$b = \left| \left[1 + (d - d_1)\varphi_4 \right] \varphi_2 + \left[1 - d_1\varphi_2 \right] \varphi_1 - \left[1 - d_1\varphi_1 \right] \varphi_4 \right| \varphi_3 \quad (5.45)$$

$$\frac{d}{d} \frac{d}{d_1} [-b] = \varphi_3\varphi_4 \left[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right] + \left[1 + (d - d_1)\varphi_4 \right] \varphi_1\varphi_2\varphi_3 - \varphi_1\varphi_3\varphi_4, \quad (5.46)$$

$$\frac{d}{d d_1} \alpha = \left\{ \frac{d}{d d_1} (b^2) + \frac{d}{d d_1} (-4ac) \right\}, \quad (5.47)$$

donde

$$\frac{d}{d d_1} (-4ac) = \left[4\varphi_3\varphi_4 \left[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right] \left\{ \kappa + (1 - d_1\varphi_1)(\varphi_3 + \varphi_4) - \varphi \right\} \right] \quad (5.48)$$

$$\kappa = \left| (1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right| \left| 1 - (d - d_1)(\varphi_3 + \varphi_4) \right| \quad (5.49)$$

$$\frac{d}{d d_1} \left\{ b^2 \right\} = 2\varphi_3^2 \left\{ - \left[1 + (d - d_1)\varphi_4 \right] \left[(1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right]^2 \varphi_4 - \left[1 + (d - d_1)\varphi_4 \right]^2 \eta \right\} \quad (5.50)$$

$$\eta = \left| (1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right| \varphi_2 \varphi_1 + \left| (1 - d_1\varphi_2)\varphi_1 + \varphi_2 \right| \left| \Sigma \right| + \Theta \quad (5.51)$$

$$\left| \Sigma \right| = \left| \left[1 + (d - d_1)\varphi_4 \right] \varphi_1 + (1 - d_1\varphi_1)\varphi_4 \right| \varphi_4 \quad (5.52)$$

y

$$\Theta = \left(\left[1 + (d - d_1)\varphi_4 \right] \varphi_2 - \varphi_4 \right) (1 - d_1\varphi_1) \varphi_1 \varphi_4 \quad (5.53)$$

Por lo que la incertidumbre cometida al medir el valor de d_4 esta en función de los parámetros del sistema, como son las potencias de las lentes y las separaciones entre ellas, así como de la incertidumbre con la que se realiza el desplazamiento de las lentes.

5.6. Parámetros del diseño final.

Una vez obtenidos los parámetros a primer orden, se procede a realizar el diseño a tercer orden, el cual consiste en darle espesor a las lentes; es decir, encontrar las curvaturas, espesores y tipo de material de las componentes ópticas. Primeramente se utilizó las sumas de Seidel para calcular las curvaturas de las lentes como lentes delgadas con aberración esférica mínima[54]. Las curvaturas de las lentes obtenidas son mostradas en la tabla 5.1.

Posteriormente, se asignaron espesores a las lentes delgadas con ayuda del programa grueso[55], los parámetros resultantes se muestran en la tabla 5.2.

Lente L ₁	Lente L ₂	Lente L ₃	Lente L ₄
C ₁ = 0.0016	C ₁ = -0.046	C ₁ = 0.031	C ₁ = 0.009
C ₂ = -0.0009	C ₂ = 0.0026	C ₂ = -0.0018	C ₂ = -0.0005
n = 1.61655	n = 1.61655	n = 1.61655	n = 1.61655
d = 34	d = 40	d = 50	d = 105
f = 973.33	f = -33.33	f = 49.52	f = 165.48

Tabla 5.1. Parámetros de lentes delgadas en mm.

Lente L ₁	Lente L ₂	Lente L ₃	Lente L ₄
C ₁ = 0.0016	C ₁ = -0.0457	C ₁ = 0.03139	C ₁ = 0.0093
r ₁ = 634.131	r ₁ = -21.886	r ₁ = 31.86	r ₁ = 107.43
C ₂ = -0.00009	C ₂ = 0.0026	C ₂ = -0.0018	C ₂ = -0.00053
r ₂ = -11130.82	r ₂ = 384.158	r ₂ = -559.159	r ₂ = -1885.69
n = 1.61655	N = 1.61655	n = 1.61655	n = 1.61655
d = 34	d = 40	d = 50	d = 105
t = 8	t = 8	t = 20	t = 20
f = 973.33	f = -33.33	f = 49.53	f = 165.485
P ₁ = 0.2668	P ₁ = 0.2647	P ₁ = 0.6756	P ₁ = 0.669

$P_2 = -4.6833$	$P_2 = -4.647$	$P_2 = -11.858$	$P_2 = -11.750$
-----------------	----------------	-----------------	-----------------

Tabla 5.2. Parámetros de lentes gruesas en mm.

El diseño a tercer orden obtenido es introducido al programa SIGMA 2100[56] para su optimización, del cual se obtuvieron dos diseños con parámetros de construcción similares, pero con curvas de desplazamiento de lentes diferentes.

#	Radio	Separación	Diámetro	Material
1	127.712	Infinito	30.00	
		5.000		F2
2	-241.563		29.670	
		67.485		Aire
3	-41.774		29.443	
		15.000		F2
4	97.644		32.330	
		108.679		Aire
5	119.388		41.463	
		11.674		F2
6	-236.187		42.343	
		13.096		Aire
7	165.881		66.706	
		13.067		F2
8	-251.652		66.238	
		90.008		Aire

Tabla 5.3. Parámetros de construcción en mm.

Los parámetros de construcción del primer diseño son mostrados en la tabla 5.3, junto con un esquema del diseño ver figura 5.3.

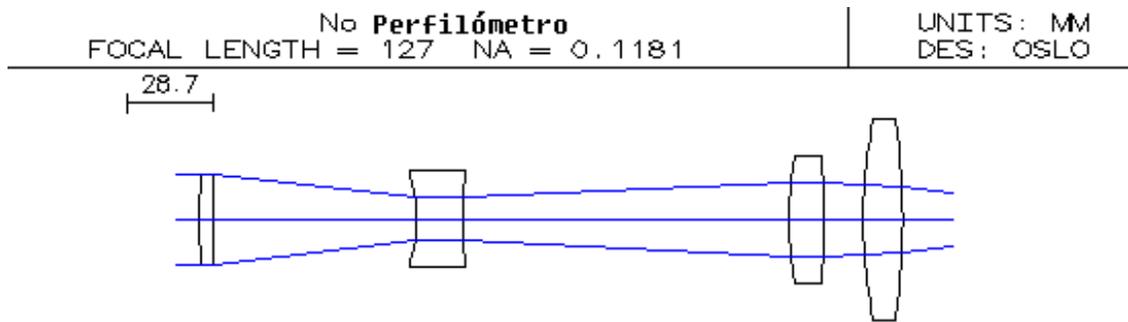


Figura 5.3. Esquema del perfilómetro.

Para ilustrar la calidad de la imagen cuando esta cambia de posición de 90 a 244 mm, se grafico el OPD y la cintura del haz gaussiano respectivamente contra las diferentes posiciones zoom de la imagen ver figura 5.4 y 5.5. Como se puede ver esta tiene ligeras variaciones que dentro de un rango décimas de micras, las curvas presentas picos debido a que al optimizar el diseño se tomaran 8 posiciones de zoom.

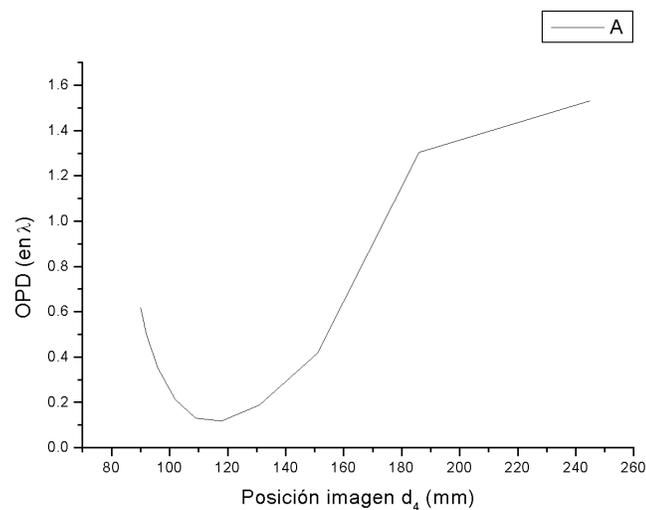


Figura 5.4. OPD resultante en diferentes posiciones zoom.

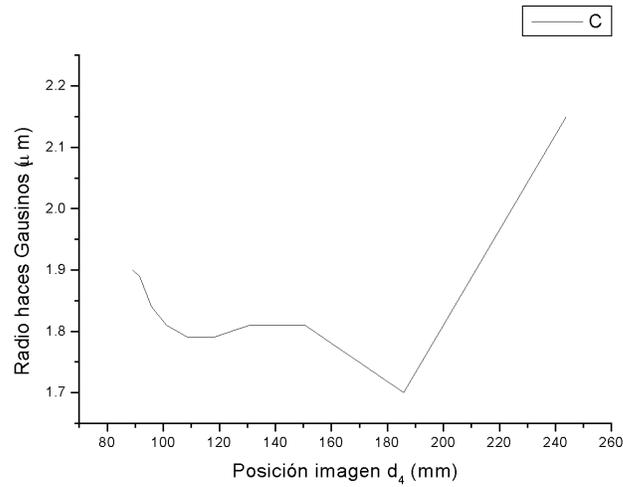


Figura 5.5. Cintura del haz gaussiano vs d_4 .

Para ilustrar el comportamiento de la longitud focal del sistema en las diferentes posiciones zoom, se grafico f_i vs d_4 , ver figura 5.6. Como se puede observar esta presenta variaciones en el orden de centésimas de mm.

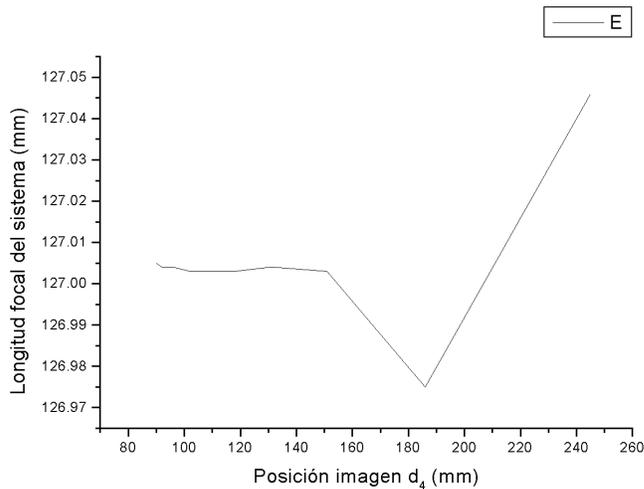


Figura 5.6. Grafica de longitudes focales vs d_4 .

Finalmente los desplazamientos de las lentes L_2 y L_3 para cambiar de posición la imagen son mostrados en la figura 5.7.

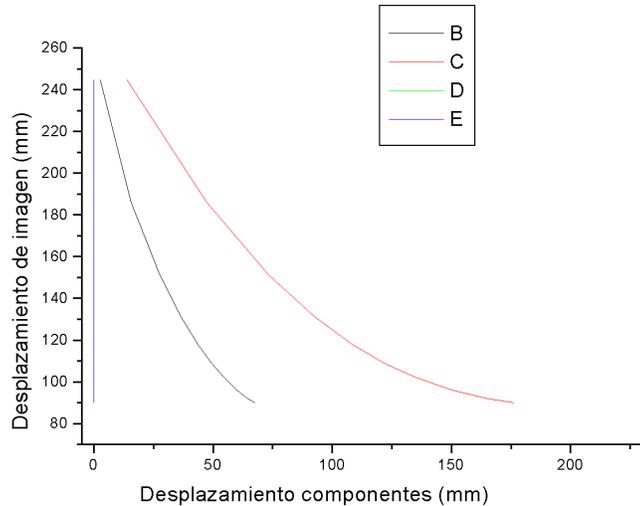


Figura 5.7. Desplazamiento lentes vs imagen

El segundo diseño final encontrado en la fase de optimización tiene como parámetros de construcción los mostrados en la tabla 5.4, y un esquema del mismo es ilustrado en la figura 5.8.

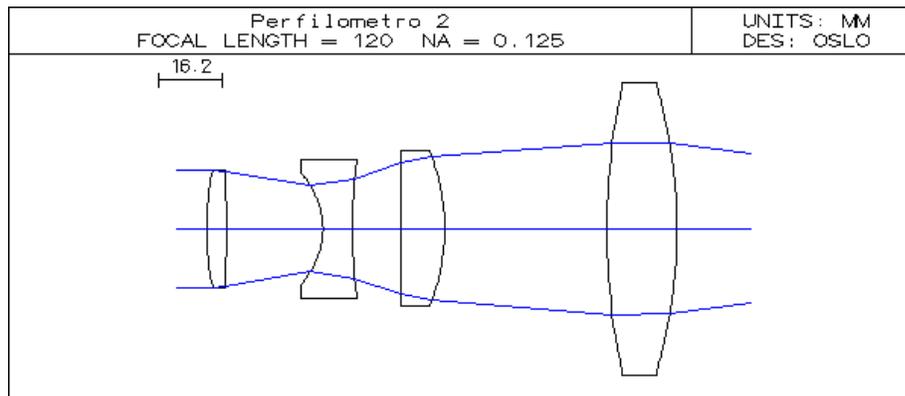


Figura 5.8. Esquema del perfilómetro.

#	Radio	Separación	Diámetro	Material
1	70.144	Infinito	30.00	
		5.000		S-F1
2	-956.521		29.409	
		49.769		Aire
3	-18.671		29.247	
		7.484		S-F1
4	155.444		35.670	
		28.041		Aire
5	-1493.904		36.094	
		10.970		S-F2
6	-53.782		39.870	
		0.808		Aire
7	176.666		74.129	
		17.927		S-F1
8	-123.287		74.697	
		80.003		Aire

Tabla 5.4. Parámetros de construcción en mm.

Las superficies 3 y 8 son superficies cónicas, con $k = -0.967193$ y $k = -3.693310$ respectivamente. La longitud total del instrumento es de 120 mm.

Al igual que el diseño anterior, se obtuvieron graficas del OPD, de la cintura del haz gaussiano, las longitudes focales y las curvas de desplazamiento de las lentes en función de las diferentes posiciones zoom de la imagen (para este caso se consideraron 19 posiciones zoom al realizar el diseño), ver figuras 5.9, 5.10, 5.11 y 5.12 respectivamente.

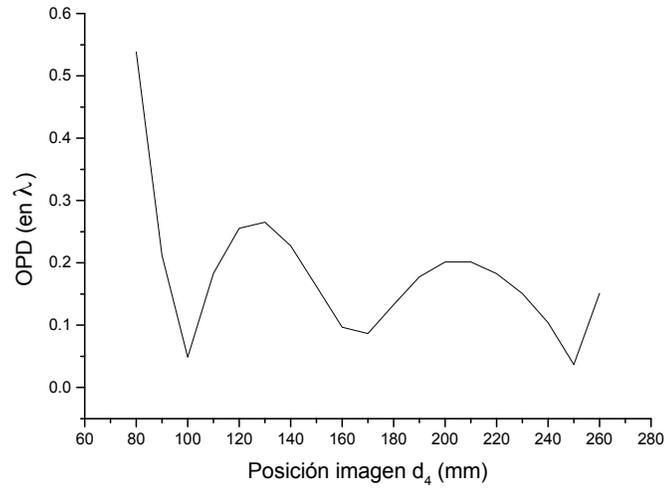


Figura 5.9. OPD resultante en diferentes posiciones zoom

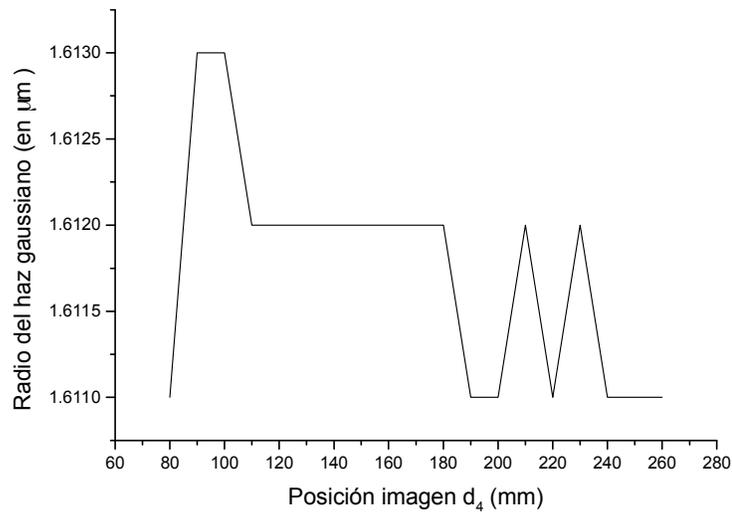


Figura 5.10. Cintura del haz gaussiano vs d_4 .

Al igual que en el caso anterior, las variaciones del OPD para las diferentes posiciones zoom, se encuentran en el intervalo de media

longitud de onda, permitiendo que la calidad de la imagen sea aceptable, como también se muestra en la grafica de la cintura del haz gaussiano.

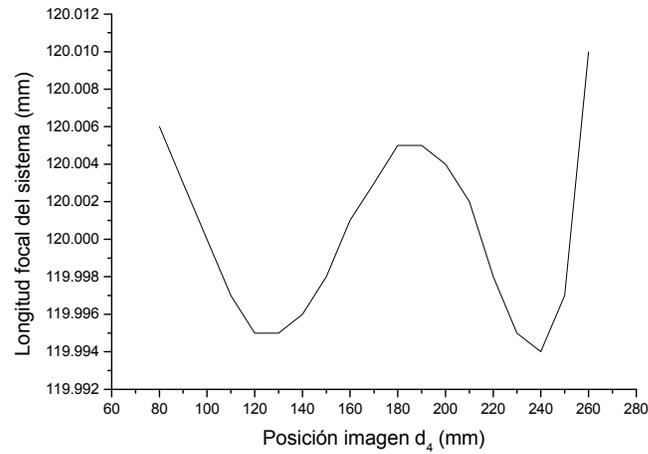


Figura 5.11. Longitudes focales vs posición imagen.

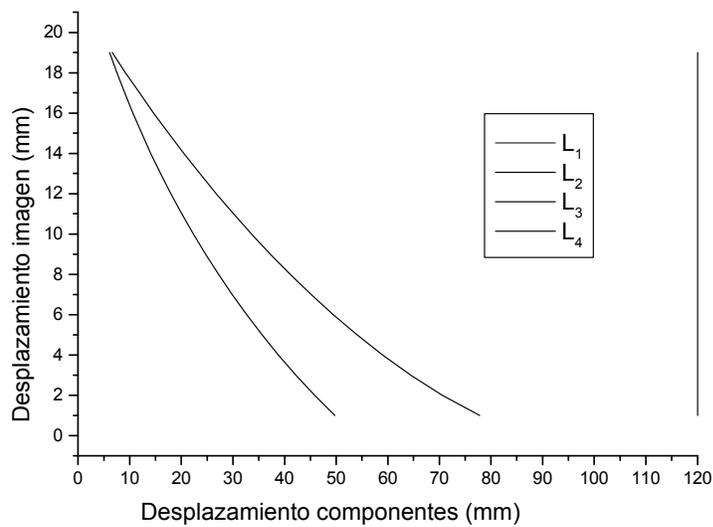


Figura 5.12. Desplazamiento de lentes vs imagen.

Finalmente diremos que el segundo diseño presentado resulto ser mejor que el primero, debido a que la calidad de la imagen obtenida en

las diferentes posiciones del zoom es aceptable para la aplicación deseada, además de que la longitud focal del sistema sólo cambia en el orden de micras del valor esperado. Para medir el radio de curvatura se debe desplazar la imagen dentro de un rango más amplio que el mostrado en los diseños y correspondería al desplazamiento de la imagen(d_4).

5.7. Conclusiones.

El diseño del perfilómetro propuesto puede medir las coordenadas de los puntos deseados en la superficie bajo prueba y con ellos obtener su perfil. La superficie bajo prueba puede ser de cualquier tipo y forma ya sea cóncava o convexa. La única limitación es que la superficie debe ser menor a 5 metros de diámetro, ya que esta no cabría en la maquina XYZ para su evaluación.

Las expresiones encontradas permiten diseñar instrumentos similares con especificaciones iniciales diferentes, permitiendo una amplia aplicación en perfilometría y pruebas ópticas. Finalmente se puede ocupar como un esferómetro y perfilómetro a la vez, característica que no es explotada en este diseño. Se observo que a partir de un solo diseño a tercer orden se pueden obtener diseños similares pero con curvas de desplazamiento de las lentes totalmente diferentes.

CAPITULO 6

INTERFEROMETRO DE FIZEAU

6.1 Introducción

De los métodos de prueba ópticos que existen, pocos pueden aplicarse a superficies cónicas convexas mayores a 70 cm de diámetro y $f/0.4$ (como el caso de los espejos empleados en telescopios), debido a los problemas que surgen en el momento de su implementación, ya sea porque el costo de las componentes ópticas auxiliares resulta ser tan alto que imposibilita su aplicación[57], o porque algunos métodos de prueba son más apropiados para caracterizar superficies que se fabrican en serie, como es el caso de los métodos holográficos[58].

Para realizar esta tarea proponemos un método sencillo, y barato comparado con los métodos tradicionales, el cual consiste en diseñar y construir un interferómetro de Fizeau, para medir la constante de conicidad y el radio de curvatura de la zona bajo prueba, también se realiza un análisis para conocer la incertidumbre cometida al evaluar la zona de la superficie bajo prueba. Finalmente se presenta el algoritmo implementado para realizar esta tarea.

6.2. Análisis del diseño.

Un interferómetro de Fizeau consiste de un sistema de colimación (fuente de luz localizada en el punto focal de la lente), que consta de: lente colimadora, superficie de referencia, diafragma de abertura y la superficie bajo prueba (superficie cónica convexa). Este sistema forma un patrón de interferencia debido a la superposición de los haces reflejados, en el plano de referencia y en la superficie bajo prueba[59].

Para observar el patrón de interferencia se introduce un divisor de haz, el cual desvía los rayos del arreglo; un esquema de dicho instrumento se muestra en la figura 6.1.

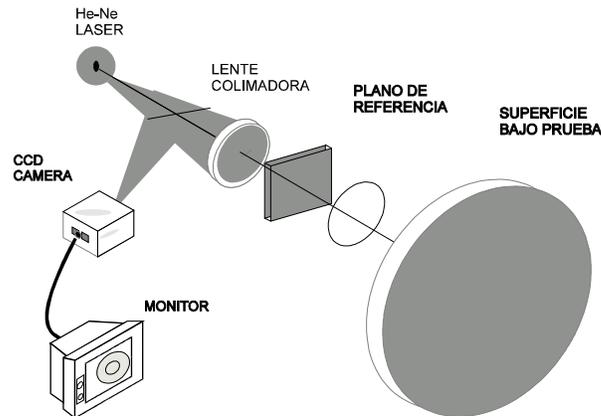


Figura 6.1. Arreglo experimental del Interferómetro de Fizeau.

La superficie de referencia en un interferómetro de Fizeau generalmente suele ser un plano óptico o una superficie curva, el plano

óptico se utiliza para probar superficies planas y la superficie esférica se utiliza para probar superficies esféricas o esféricas, donde el radio de curvatura del patrón es muy

parecido al de la superficie bajo prueba[60]. En este trabajo tomamos un plano óptico como master para probar superficies cónicas porque el diámetro del haz es muy pequeño y la superficie puede considerarse plana.

El interferómetro que se diseñara debe cumplir las siguientes características: longitud focal de la lente colimadora $f = 300$ mm con un diámetro $d = 60$ mm, plano óptico(master) con 10 mm de espesor y 60 mm de diámetro. Con estos valores iniciales se deben encontrar los parámetros restantes del sistema, los cuales son: tamaño del divisor, forma de las caras de la lente, tipo de material y espesor.

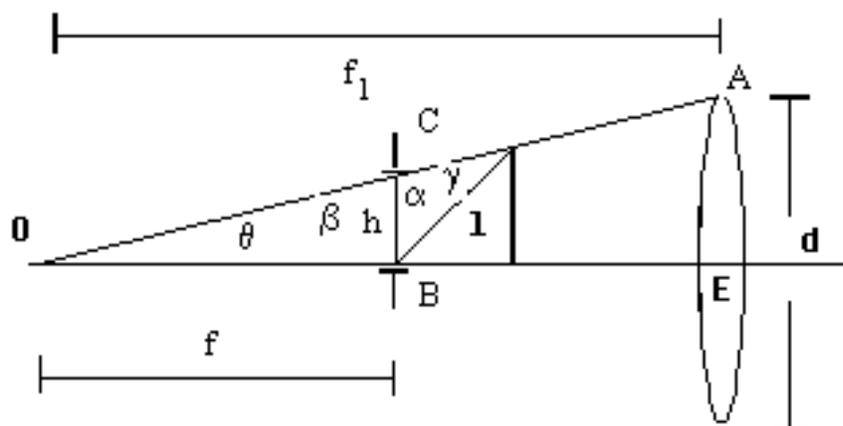


Figura 6.2. Arreglo geométrico del sistema colimador.

Primeramente encontraremos el tamaño del divisor de haz, el cual, subtendiendo un ángulo de 45° con el eje óptico. Con ayuda de la figura 6.2 y en la aproximación paraxial se pueden obtener las siguientes relaciones

$$\theta = \frac{d}{2f}, \quad (6.1)$$

$$\alpha = 90^\circ + \theta, \quad (6.2)$$

$$\gamma = 135^\circ - \alpha, \quad (6.3)$$

$$h = f_1 d / 2f, \quad (6.4)$$

donde finalmente

$$I = \frac{h \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \gamma}, \quad (6.5)$$

donde θ es el ángulo que subtende un rayo paraxial que sale de la fuente al borde de la lente, f_1 es la distancia de la fuente al centro del divisor de haz, α es el ángulo que se forma tomando el rayo paraxial y una recta perpendicular al eje óptico, γ es el ángulo que se forma con el rayo paraxial y el divisor de haz y h es la distancia perpendicular al eje óptico que existe del centro del divisor de haz al rayo paraxial.

6.3. Diseño final

Para conocer la forma de la lente, debemos tener presente que el sistema utiliza una fuente puntual colocada sobre el eje (en el punto focal de la lente), y para tal caso solo aparece aberración esférica en el sistema, ya que las demás aberraciones dependen de la altura que tiene el objeto con el eje óptico, para minimizar dicha aberración se diseñara la lente colimadora como un doblete acromático cementado, utilizando el programa DACE que utiliza el método de Kingslake, para minimizar la aberración esférica longitudinal y la aberración cromática ver figura 6.3.

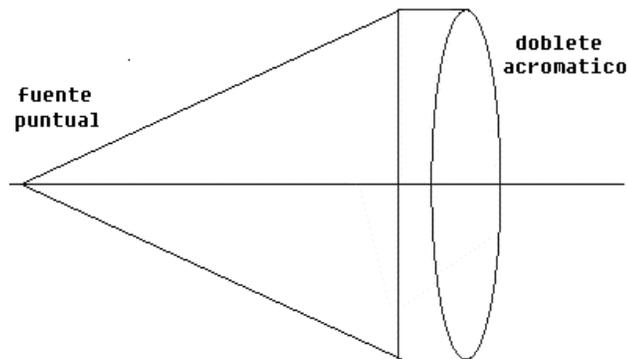


Figura 6.3. Doblete acromático cementado.

El método de Kingslake consiste en tomar dos lentes con diferente material para corregir la aberración cromática, fija una curvatura para mantener la longitud focal deseada, y modifica las otras dos curvaturas hasta obtener el diseño del doblete cementado con la menor aberración esférica longitudinal. Los parámetros obtenidos del doblete cementado son mostrados en la tabla 6.1, las unidades están en milímetros.

Radios	Separación	Diámetro	Material
1489.5648	4.8	60	F2
127.91025	15	60	BK7
-139.1689		60	

Tabla 6.1. Parámetros de la lente colimadora (en mm).

La longitud focal del doblete acromático permaneció en 300 mm, y la aberración esférica longitudinal (AEL) obtenida es de -8.129×10^{-6} mm.

#	Radio	Separación	Diámetro	Material
1	Plano		70	
		150		aire
2	613.7215		60	
		4.8		F2
3	123.8788		60	
		15		BK7
4	-162.969		60	
		50		Aire
5	Plano		60	
		10		BK7
6	Plano		60	
		50		Aire
7	1750		200	

Tabla 6.2. Parámetros de construcción (en mm).

Estos parámetros se introdujeron en el programa comercial de diseño *Sigma2100*[61]. Los parámetros de construcción obtenidos son mostrados en la tabla 6.2 con un diámetro de 70 mm y una longitud de 35mm. La evaluación del sistema final se ilustra con la grafica del ODP

ver figura 6.4, la escala es 0.0002 mm. La longitud focal efectiva del sistema final es de 268.84 mm.

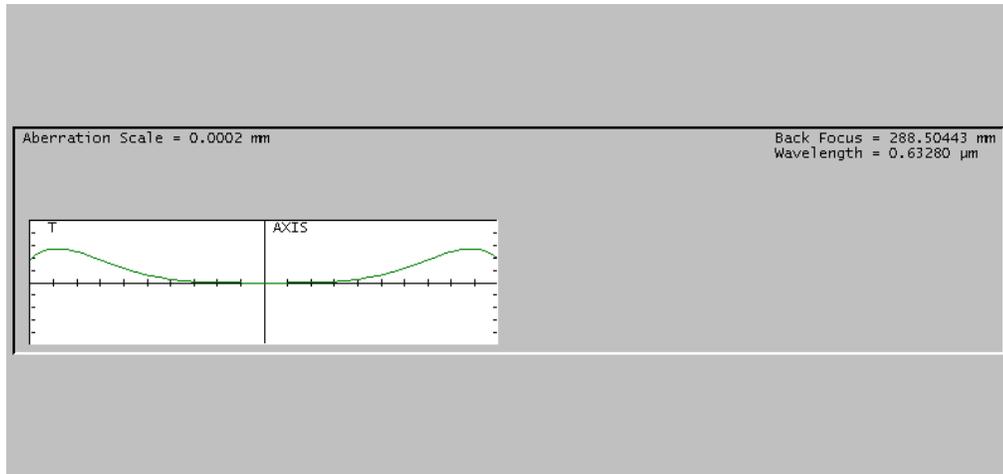


Figura 6.4. Diagrama de manchas del sistema implementado.

6.4. Radio de curvatura

Una vez que se tienen los parámetros de construcción del interferómetro de Fizeau, el siguiente paso es encontrar la expresión que nos permita conocer el valor del radio de curvatura de la zona de la superficie cónica a evaluar. El radio de curvatura depende de la separación de las franjas del patrón de interferencia (producido por la superposición de los haces reflejados en el plano óptico y la zona de la superficie bajo prueba) ver figura 6.5, así para el caso de interferencia constructiva se debe cumplir que[62]

$$z_n - z_{n-1} = \frac{\lambda}{2}, \quad (6.6)$$

$$z_n - z_{n-2} = \lambda \quad (6.7)$$

donde λ es la longitud de onda del láser, Z_n , Z_{n-1} , y Z_{n-2} son las sagitas ver figura 6.5, las cuales están dada como [63]

$$Z_n = \frac{X_n^2 c}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2 X_n^2}}, \quad (6.8)$$

$$Z_{n-1} = \frac{X_{n-1}^2 c}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2 X_{n-1}^2}}, \quad (6.9)$$

$$Z_{n-2} = \frac{X_{n-2}^2 c}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2 X_{n-2}^2}}, \quad (6.10)$$

siendo c la curvatura paraxial de la superficie bajo prueba, que a su vez está dada como $c = 1/r$, donde r es el radio de curvatura paraxial, k es la constante de conicidad, y X_n , X_{n-1} , y X_{n-2} son las distancias de las franjas al centro del patrón de interferencia.

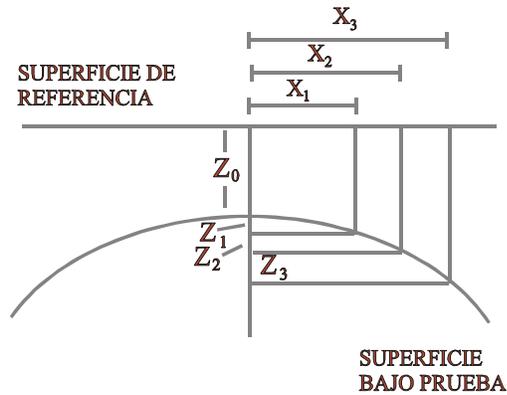


Figura 6.5. Montaje de master y superficie bajo prueba

Sustituyendo (6.8), (6.9) y (6.10) en (6.6) y (6.7) para tres franjas consecutivas, y resolviendo para la constante de conicidad y radio de curvatura k y r , se obtiene

$$k = \frac{2 \left| 2X_{n-1}^2 - (X_n^2 + X_{n-2}^2) \right| - \lambda^2}{\lambda^2}, \quad (6.11)$$

$$r = \frac{\sqrt{\left[(X_n^2 - X_{n-1}^2 - (k+1)\lambda^2/4)^2 + (k+1)\lambda^2 X_n^2 \right]}}{\lambda}. \quad (6.12)$$

6.5. Análisis de errores

Como se puede ver en las ecuaciones (6.11) y (6.12) estas sólo dependen de la longitud de onda, λ , de la fuente de luz empleada y de la separación de las franjas al centro del patrón de interferencia.

El patrón de interferencia es capturado con una cámara de CCD, y posteriormente procesado para obtener la separación de las franjas, ver sección 6.6.

Para encontrar el error cometido al medir el radio de curvatura, se ve de la ecuación (6.12) que este solo depende de la precisión con la que se mida la separación de las franjas al centro del patrón. Ya que suponemos que la longitud de onda de la fuente λ (se utilizó un láser de He-Ne.), permanece constante.

Así al derivar la ecuación (6.12) con respecto a X_n , X_{n-1} y X_{n-2} , y tomando $dX_n = dX_{n-1} = dX_{n-2} = dX$, (debido a que este error depende del tamaño del píxel de la cámara de CCD que es idéntico en cualquier parte del detector), la incertidumbre resulta ser

$$dr = \frac{(3/2X_n^2 - 2X_{n-1}^2 + 1/2X_{n-2}^2)(3X_n - 4X_{n-1} + X_{n-2})dX + \Omega}{\lambda \sqrt{\left[(X_n^2 - X_{n-1}^2 - (k+1)\lambda^2/4)^2 + (k+1)\lambda^2 X_n^2\right]}} \quad (6.13)$$

donde

$$\Omega = [4X_{n-1} - 2(X_n + X_{n-2})]X_n^2 dX + 2[2X_{n-1}^2 - (X_n^2 + X_{n-2}^2)]X_n dX \quad (6.14)$$

6.6. Evaluación

Como se mostró anteriormente, para conocer el radio de curvatura y la constante de conicidad de la zona bajo prueba (para un caso general), es necesario conocer la separación de las franjas de interferencia así como la longitud de onda de la fuente que se utiliza. Respecto a la fuente de luz, se utilizó un láser de He-Ne con $\lambda=632.8$ nm, el cual podría considerarse que emite a una λ constante al momento de la captura del patrón de interferencia.

Para medir la separación de las franjas de interferencia, se implementó un algoritmo de cómputo, el cual, permite conocer la separación de las franjas en orden de píxeles, para ello se digitaliza el patrón de interferencia, y se toma una línea de barrido que pase por el centro del patrón, en la cual, se realizara la lectura de intensidades de cada uno de los píxeles en función de su posición. Esto, permite conocer el ancho y separación de las franjas en esa línea de barrido.

Para ilustrar este proceso presentamos un interferograma de una superficie bajo prueba ver figura 6.6, en el que se debe medir la separación de las franjas respecto al centro del patrón[64].

Los problemas que se presenta al realizar esta tarea es ubicar el centro del patrón de interferencia y ubicar los bordes de las franjas; esto

es debido a la forma irregular que presentan las franjas. Para resolver estos problemas, primero se digitaliza el patrón de interferencia con una cámara de CCD de 512×486 píxeles.

Para conocer la posición del centro de la franja central (centro del patrón de interferencia), se realizan lecturas de intensidades en dirección horizontal y vertical que pasan por la franja central, y con ello se ubica la posible posición del centro del patrón de interferencia (ubicar las coordenadas del píxel central). En este proceso se busca que píxeles formaban parte de la franja central, limitándolos en una región rectangular (al realizar el barrido en ambas direcciones), el píxel central quedo definido al tomar la mitad de este ancho y largo.

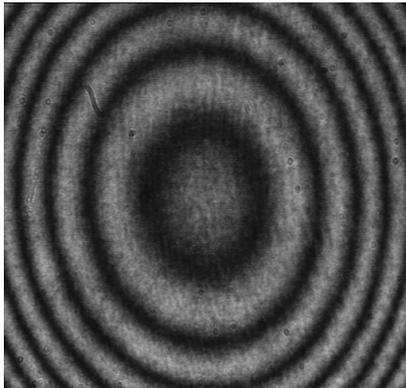


Figura 6.6. Patrón de interferencia capturado.

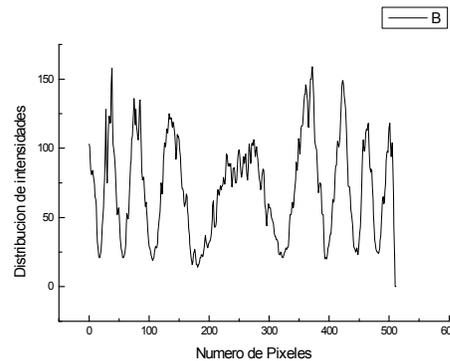


Figura 6.7. Distribución de intensidades.

Una vez conocida la ubicación del centro de la franja central, se toma una línea de barrido horizontal o vertical que pase por este punto, y se mide la intensidad de cada uno de las píxeles en función de su

posición, ver figura 6.7. Como se puede ver los bordes de las franjas no están bien limitados, es decir, el nivel de gris varia de píxel a píxel, lo que impide determinar donde termina una franja y donde comienza la otra.

Así, para conocer la separación de las franjas respecto al centro del patrón, se desarrollo un algoritmo de computo que trabaja con dos opciones, la primera binarizar el patrón de interferencia, la segunda realizar un ajuste cuadrático en cada una de las franjas.

En el primer caso la idea es suavizar los bordes de las franjas de manera homogénea, y para ello se elige un valor de umbral(nivel de gris), con ayuda de la figura 6.7. El cual permite establecer que píxeles pertenecen o no a cada franja de interferencia.

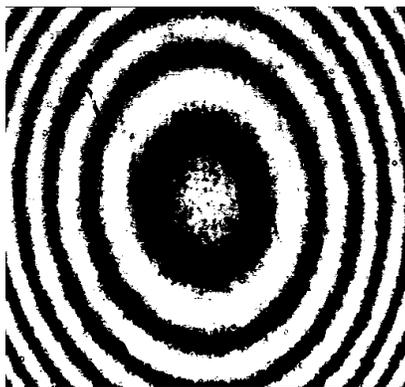


Figura 6.8. Patrón de interferencia binario.

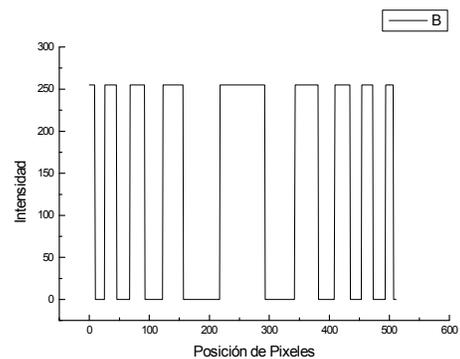


Figura 6.9. Distribución de intensidades finales.

Esto es, al elegir un valor de umbral, se convierte al patrón de interferencia en un patrón de franjas brillantes y oscuras ver figura 6.8. Así, píxeles con intensidad mayor al umbral son enviados al nivel de gris máximo y píxeles con intensidades menores al umbral son enviados al nivel de gris mínimo. Ejemplo, si el nivel de gris elegido como umbral es de 60, entonces un píxel con nivel de gris de 70 es enviado a un nivel de gris de 255, y un píxel con nivel de gris de 45 es enviado a un nivel de gris de 0.

Al medir nuevamente la distribución de intensidades de los píxeles en la misma línea de barrido en el nuevo patrón de interferencia binario, se obtiene la figura 6.9, que es donde finalmente se mide la separación de las franjas.

En el segundo caso (a propuesta del Dr. Esteban Luna del Observatorio Nacional), se realiza un ajuste cuadrático a cada una de las franjas, con el objetivo de encontrar el máximo de ésta, el cual, ubica el centro de la franja, y por consiguiente su separación al centro del patrón de interferencia. Es decir, se buscan los valores de las constantes a , b y c de la ecuación cuadrática para cada una de las franjas ($ax^2 + bx + c = 0$).

Es importante mencionar que los interferogramas que se digitalizaron tienen un tamaño de 512×486 píxeles, y que la línea de barrido que se tomó fue la número 243 en la dirección vertical Y ,

quedando el centro del patrón de interferencia localizado en el píxel con coordenadas (253, 243). La separación de las tres primeras franjas con respecto al centro del patrón de interferencia con cada uno de los casos resultan ser de 110, 168, 220 y 108, 170, 218 píxeles respectivamente.

Un píxel de la cámara CCD con la que se trabajó tienen una longitud de 13 micras de ancho en dirección X, y 11 micras de alto en la dirección Y, que dando la separación de las franjas en cada uno de los casos como 0.00143, 0.002184 y 0.00286 metros; y 0.001404, 0.002210 y 0.002834 metros respectivamente. El algoritmo implementado es mostrado en el apéndice 1.

Una vez removido el factor de escala introducido por la lente de la cámara de CCD (amplificación) en las separaciones de las franjas de interferencia, el radio de curvatura y la constante de conicidad de la zona evaluada resultó ser para cada uno de los casos $r = 1500.015$ mm, $k = 0$; y $r = 1500.007$ mm, $k = 0$ respectivamente; con una incertidumbre en el radio de curvatura para ambos casos de $dr = 0.0023$ mm. Este valor se comparó con el proporcionado por el fabricante que es $r = 1500$ mm y $k = 0$. Para el caso de ajuste cuadrático los resultados obtenidos se acercan más a los dados por el fabricante.

6.7. Conclusiones

El interferómetro que se diseñó cumplió con las especificaciones iniciales, las cuales, lo hacen flexible y ligero. La calidad de la imagen (patrón de interferencia) resulta ser aceptable para la aplicación deseada, requiriendo sólo tres elementos ópticos, lo que permite que el costo del instrumento sea relativamente barato comparado con el precio de los esferómetros ópticos tradicionales.

Por otro lado se encontraron expresiones que permiten conocer el radio de curvatura y la constante de conicidad de la zona bajo prueba junto con su incertidumbre (la cual resulta ser del orden de micras), mejorando la obtenida con los esferómetros mecánicos tradicionales aplicados a superficies cónicas.

Finalmente, a partir de tener el patrón de interferencia digitalizado, el proceso de medición de la separación de las franjas de interferencias, así como, la obtención del radio de curvatura, y su incertidumbre se realizó de manera automática con el algoritmo implementado, permitiendo con ello agilizar el proceso de evaluación. Una de las desventajas es que se presentan dos problemas al definir el centro del patrón y la separación de las franjas. Las cuales, en general pueden introducir errores en los radios del orden de centésimas de milímetros.

CAPITULO 7

PROGRAMAS IMPLEMENTADOS

7.1 Introducción.

La prueba de superficies ópticas de gran tamaño siempre ha sido una tarea difícil de realizar, (como es el caso del espejo secundario del GTM), en este trabajo se propone una técnica para probar este tipo de superficies, la cual, consiste en medir las coordenadas y radios de curvatura de algunas zonas de la superficie bajo prueba, y a partir de ellas conocer su forma.

Para medir los radios de curvatura y coordenadas de algunos puntos de la superficie, se diseñaron algunos esfero-perfilómetros (ver capítulos 4-6), que serán utilizados como cabezas de medición de la máquina XYZ. Los parámetros medidos serán almacenados en una base de datos y posteriormente procesados con ayuda de un algoritmo de cómputo.

El algoritmo implementado para obtener la forma de la superficie bajo prueba utiliza las técnicas de Algoritmos Genéticos y Mínimos Cuadrados Amortiguados en la fase de optimización.

En este capítulo, se describe el funcionamiento de los algoritmos implementados y se presentan los resultados obtenidos al caracterizar algunas superficies cónicas conocidas, con el método propuesto.

7.2 Proceso de evaluación.

Para conocer la forma del espejo secundario del GTM una propuesta es que el INAOE utilice la maquina XYZ, y los perfilómetros diseñados en esta tesis, con los cuales se medirán las coordenadas y radios de curvatura en algunos puntos de la superficie a evaluar. Estos valores serán almacenados en una base de datos.

Una vez obtenida la base de datos, el siguiente paso es integrar esta información para obtener la forma de la superficie bajo prueba; es decir, encontrar la expresión analítica de la superficie que mejor se ajuste a esta distribución de puntos. Para realizar esta tarea se tomo en cuenta que:

- Las superficies a evaluar son superficies esféricas de revolución.
- Los datos medidos poseen una incertidumbre.
- Las superficies pueden ser descritas por la ecuación (2.2).

$$Z = \frac{cS^2}{1 + \sqrt{1 - (K + 1)c^2S^2}} + A_1S^4 + A_2S^6 + A_3S^8 + A_4S^{10}. \quad (2.2)$$

En cuya expresión se desconocen las constantes c , K y A_i que son la curvatura paraxial, la constante de conicidad y los coeficientes de deformación, donde $S^2 = X^2 + Y^2$ son las coordenadas medidas en la superficie. La búsqueda de estas constantes que definen la forma de la superficie bajo prueba es dirigida por la función de mérito dada por

$$\phi = \sum_{i=1}^n (R_{ei} - R_{Ti})^2, \quad (7.1)$$

o

$$\phi = \sum_{i=1}^n (Z_{ei} - Z_{Ti})^2, \quad (7.2)$$

donde R_{ei} son los radios de curvatura medidos experimentalmente, R_{Ti} son los radios de curvatura generados teóricamente con la solución encontrada, Z_{ei} son las coordenadas Z (sagitas) medidas de manera experimental y Z_{Ti} son las sagitas generados teóricamente con la solución encontrada por el algoritmo. Los valores R_{Ti} y Z_{Ti} son generados con las expresiones

$$Z_{Ti} = \frac{c_0 S^2}{1 + \sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} + A_{01} S^4 + A_{02} S^6 + A_{03} S^8 + A_{04} S^{10}, \quad (7.3)$$

y

$$R_{Ti} = \frac{\left\{ 1 + \left[\frac{c_0 S}{\sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} + 4A_{01}S^3 + 6A_{02}S^5 + 8A_{03}S^7 + 10A_{04}S^9 \right]^2 \right\}^{3/2}}{\left\{ \frac{c_0}{(1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2)^{3/2}} + 12A_{01}S^2 + 30A_{02}S^4 + 56A_{03}S^6 + 90A_{04}S^8 \right\}}, \quad (7.4)$$

donde K_0 , c_0 , y A_{0i} es la solución encontrada por el algoritmo en el proceso de búsqueda y S son las coordenadas medidas experimentalmente. El algoritmo implementado busca los valores K_0 , c_0 , y A_{0i} de la superficie que mejor se ajusten a los valores medidos experimentalmente.

La función de mérito evalúa las desviaciones que se presentan al realizar el ajuste para cada una de las posibles soluciones, y dirige su búsqueda a aquellas regiones que resultan mejor evaluadas. Las desviaciones que se presentan al realizar el ajuste se elevan al cuadrado para evitar que estas se cancelen con otras desviaciones que resulten de signo contrario provocando con ello que la búsqueda se realice en regiones del espacio de solución no apropiadas.

Si la solución propuesta se desvía o pasa por menos puntos que otra solución, esta será mayormente penalizada, ocasionando que el valor numérico asignado sea mayor. La solución idónea es aquella que no presenta ninguna desviación al realizar el ajuste. Pero si suponemos que los datos medidos experimentalmente poseen una incertidumbre, la

“solución óptima” será aquella que presente la menor desviación al realizar el ajuste.

Para encontrar esta “solución óptima” se implementó una técnica de optimización híbrida que combina las técnicas de Algoritmos Genéticos y mínimos cuadrados amortiguados, la primera se utiliza para encontrar una solución cercana al óptimo global, que sirve como punto de partida a mínimos cuadrados amortiguados para encontrar el óptimo global.

En las siguientes secciones se menciona como se implementaron estas técnicas de optimización para conocer la forma de superficies cónicas y superficies esféricas.

7.3. Algoritmos para evaluar superficies cónicas

Como primera aproximación se implementaron dos algoritmos para conocer la forma de superficies cónicas, el primero utiliza las coordenadas (X, Y) y el radio de curvatura de algunos puntos medidos en la superficie a evaluar. En este caso la función de mérito está dada por

$$\phi = \sum_{i=1}^n \left(R_{ei} - \frac{[1 - K_0 c_0^2 S^2]^{3/2}}{c_0} \right)^2, \quad (7.5)$$

donde K_0 y c_0 es la solución encontrada por el algoritmo, S y R_{ei} son las coordenadas y radios de curvatura medidos experimentalmente. La cual, mide las desviaciones de los radios de curvatura reales y los teóricos.

El segundo algoritmo utiliza las coordenadas (X, Y, Z) de algunos puntos medidos en la superficie a evaluar. La función de merito empleada es

$$\phi = \sum_{i=1}^n \left(Z_{ei} - \frac{c_0 S^2}{1 + \sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} \right)^2, \quad (7.6)$$

donde K_0 y c_0 es la solución encontrada por el algoritmo, S y Z_{ei} son las coordenadas medidas experimentalmente. En ambos algoritmos se requiere encontrar las variables K_0 y c_0 que definan la superficie que mejor se ajuste a los datos medidos experimentalmente.

7.3.1. Medición de radios de curvatura

El algoritmo implementado para conocer la forma de superficies cónicas a partir de radios de curvatura trabaja de la siguiente manera:

1. Utiliza como datos de entrada las coordenadas (X, Y) y radios de curvatura de algunos puntos de la superficie bajo prueba (base de datos), y algunos parámetros para comenzar la búsqueda.

2. La búsqueda se realiza en dos etapas, la primera utiliza la técnica de algoritmos genéticos para obtener una solución cercana al óptimo global.
3. La segunda etapa utiliza la técnica de mínimos cuadrados amortiguados, tomando como punto de partida la solución encontrada por algoritmos genéticos.

7.3.1.1. Algoritmo genético.

La etapa de algoritmos genéticos es descrita en el diagrama de flujo mostrado en la figura 7.1. Para comenzar la búsqueda el algoritmo requiere algunos *Datos iniciales* como son: nombre de la base de datos, longitud del cromosoma, tamaño de la población y número de generaciones.

El nombre de la base de datos. Es el nombre del archivo donde se encuentran almacenados los parámetros medidos experimentalmente, que son utilizados en la fase de evaluación.

Longitud de cromosoma. Es la longitud de la cadena binaria que contiene codificada las variables a buscar (K_0, c_0).

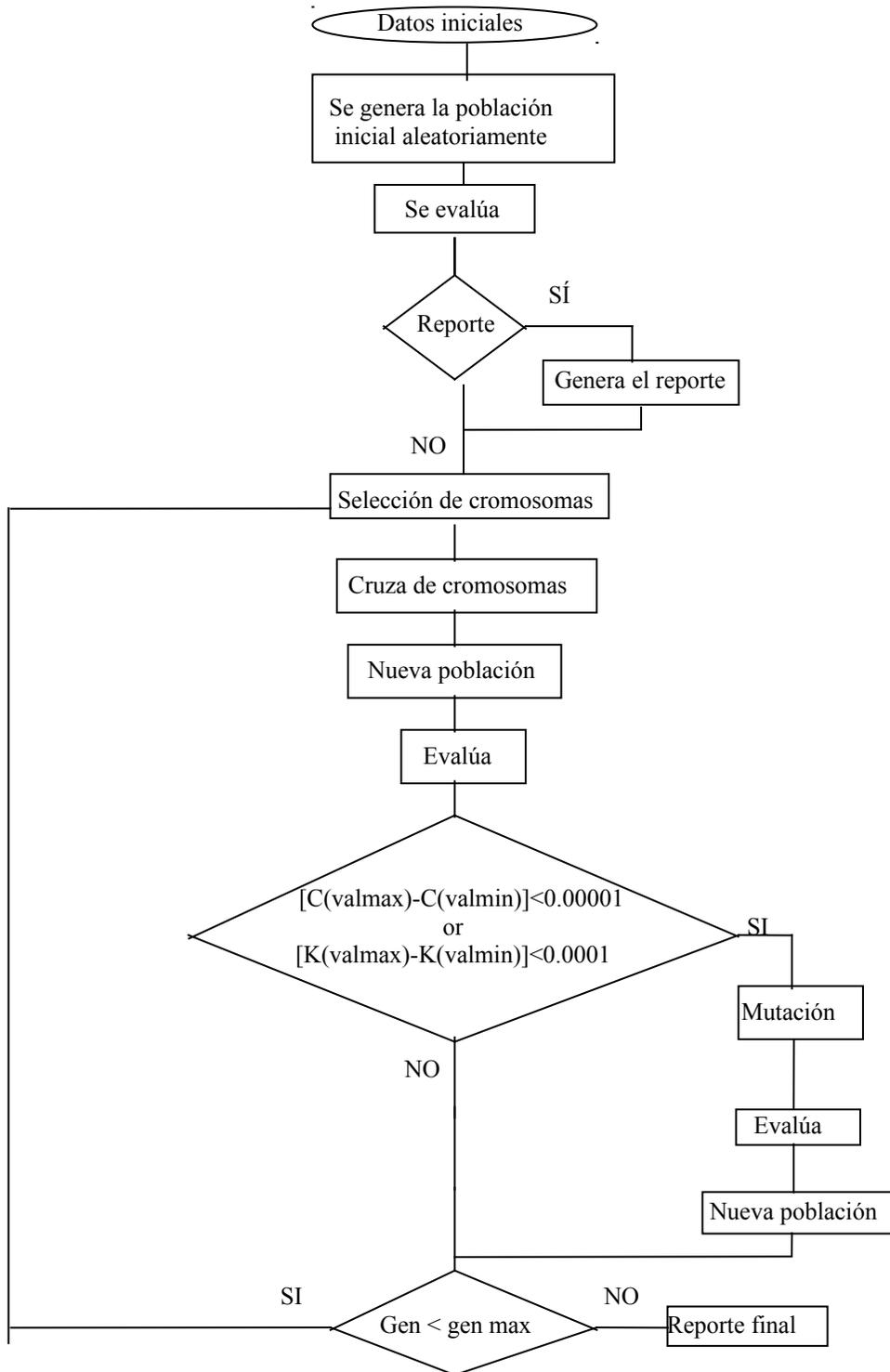


Figura 7.1. Diagrama de flujo del Algoritmo genético implementado.

Tamaño de la población. Es el número de cromosomas o soluciones con las que trabajara el algoritmo.

Número de generaciones. Es el número de veces que el algoritmo cambiará la población de cromosomas por otra, cruzando los cromosomas actuales.

Una vez introducidos los *Datos iniciales*, el algoritmo genera una población inicial de cromosomas (cadenas binarias que contienen codificada la información de K_0 y c_0) de manera aleatoria utilizando la función *flip* que es descrita en el apéndice 1. Posteriormente la población es descodificada y evaluada. La descodificación consiste en dividir la cadena binaria (cromosoma) en n partes iguales, donde n es el número de variables a buscar, en nuestro caso la cadena se divide en dos partes, una para K_0 y otra para c_0 . La parte del cromosoma asignada a K_0 debe permitir obtener todos los posibles valores para K ; es decir, mapear al espacio de soluciones, así

$$- 4 \leq K_0 \leq 4. \quad (7.7)$$

Por otro lado, el valor decimal más grande que puede obtenerse con la cadena asignada a K de longitud $l_{\text{cromosoma}}/2$ es

$$2^{l_{\text{cromosoma}}/2} - 1, \quad (7.8)$$

así la descodificación de la cadena se hace a través de

$$K_0 = K_{\max} - \frac{2 * K_{\max}}{(2^{\lfloor \text{cromosoma} / 2 \rfloor} - 1)} X_1, \quad (7.9)$$

donde X_1 es el valor decimal correspondiente a la cadena binaria. Del mismo modo, la cadena binaria asignada a c_0 , también debe mapear a todos los posibles valores que la curvatura puede tomar, una de las restricciones que debe de satisfacer es el diámetro de abertura $2h$. Por tanto el radio de curvatura o curvatura debe satisfacer las siguientes desigualdades

$$h \leq |r| \leq \infty \quad (7.10)$$

$$0 \leq |c| \leq \frac{1}{h}, \quad (7.11)$$

así la descodificación de la curvatura se realiza a través de

$$c_0 = \frac{1}{(2^{\lfloor \text{cromosoma} / 2 \rfloor} - 1)h} X_2. \quad (7.12)$$

donde X_2 es el valor decimal correspondiente a la cadena binaria. La evaluación de los cromosomas se realiza sustituyendo los valores de K_0 y c_0 en la función de merito dada en la ecuación (7.5); la cual mide las desviaciones que surgen entre los radios de curvatura medidos

experimentalmente y los que son generados teóricamente con los valores K_0 y c_0 , esta desviación es almacenada en ϕ . Después de evaluar todos los cromosomas de la población el algoritmo escoge al cromosoma mejor evaluado en esta generación y lo reporta como una primera solución en el proceso de búsqueda[65].

Dado que los algoritmos genéticos sólo buscan máximos, se tomó un valor blanco Ω y se le resto ϕ , quedando así el problema codificado de la manera apropiada. Posteriormente, el algoritmo genera la siguiente población apareando los cromosomas existentes. Este proceso se realiza con las rutinas de la rueda de la ruleta y cruza en un punto, las cuales son descritas en el apéndice 2. Nuevamente se evalúa la población y se busca cual fue el cromosoma mejor evaluado en esta población, continuando de esta manera con el proceso hasta que se complete con el número total de generaciones, dando como resultado el cromosoma mejor evaluado en todo el proceso.

Para evitar que las poblaciones se vuelvan homogéneas y se mantenga la diversidad se introdujo la rutina de mutación, permitiendo así que el proceso de evolución continué avanzando, esto se realiza tomando las diferencias entre los cromosomas mejor y peor evaluados.

7.3.1.2. Mínimos Cuadrados amortiguados.

La técnica de mínimos cuadrados amortiguados implementada, sirve para conocer el óptimo global, la cual es descrita en la figura 7.2.

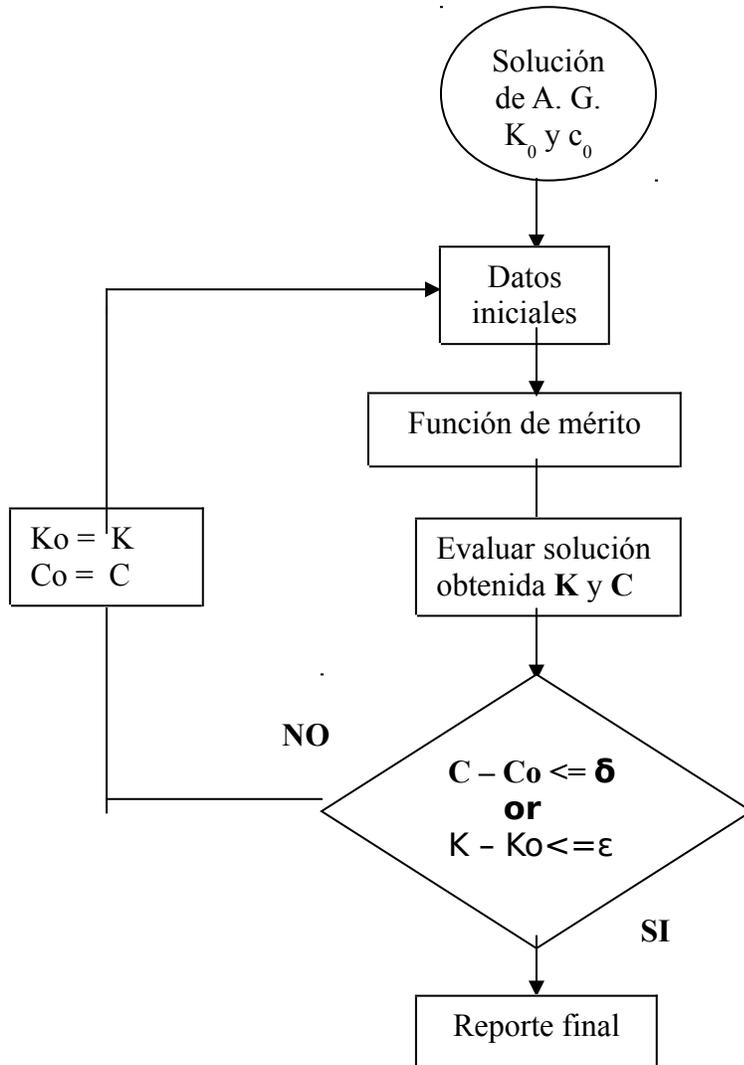


Figura 7.2. Diagrama de flujo de la rutina de MCA.

Esta segunda parte el algoritmo utiliza como punto de partida la solución encontrada por algoritmos genéticos, y requiere como *datos*

iniciales el nombre del archivo donde se encuentran capturados los datos experimentales, el factor de peso asignado para realizar el amortiguamiento y los valores blancos δ y ε que permitirán concluir la búsqueda. Con estos parámetros el algoritmo comienza su búsqueda del óptimo global, es decir, busca los valores de K_0 y c_0 que mejor se ajustan a los datos medidos experimentalmente. Este proceso es dirigido por la función de mérito dada por

$$\begin{pmatrix} K \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (A^T A + pI)^{-1} A^T F_0 + \begin{pmatrix} K_0 \\ c_0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad (7.13)$$

donde A es la matriz formada con los elementos dados por

$$A = \frac{\partial f_i}{\partial X_j}, \quad (7.14)$$

o

$$A = a_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial k} & \frac{\partial f_i}{\partial c} \end{bmatrix}, \quad (7.15)$$

con X_j las variables a buscar, f_i la diferencia entre radios de curvatura experimentales y los encontrados con el algoritmo (i va de 1 a n , donde n es el número de puntos examinados en la superficie), así

$$f_i = R_{ei} - \frac{1}{c_0} \left[1 - K_0 c_0^2 S_i^2 \right]^{3/2}, \quad (7.16)$$

donde K_0 y c_0 es la solución encontrada por algoritmos genéticos, S_i y R_{ei} son las coordenadas y radios de curvatura medidos experimentalmente, p^2 es el factor de peso con valores entre 0 y 1 asignado por el usuario, A^T es la matriz transpuesta de la matriz A , I es la matriz identidad y F_0 está dado por

$$F_0 = f_{0i} = \sum_{i=1}^N (R_{ei} - (1/c_0)(1 - K_0 c_0^2 S^2)^{3/2}). \quad (7.17)$$

Una vez que el algoritmo encuentra una nueva solución de K y c con la ecuación (7.13), la compara con la solución inicial K_0 y c_0 , y si la mejoría de la solución encontrada con respecto a la solución inicial es menor a δ o ε el algoritmo finaliza la búsqueda, de lo contrario toma esta nueva solución como punto de partida hasta que se cumpla la condición.

La solución encontrada por MCA será la superficie que mejor se ajuste a los datos medidos experimentalmente y se tomará como la forma de la superficie bajo prueba, dando la función de mérito la precisión alcanzada. El algoritmo completo es mostrado en el apéndice 2.

7.3.2. Medición de sagitas

El segundo algoritmo implementado para conocer la forma de superficies cónicas trabaja únicamente con las coordenadas (X, Y, Z) de algunos puntos medidos en la superficie a evaluar (usando un perfilómetro), y a partir de ellas obtiene la forma de la superficie bajo prueba.

El algoritmo funciona de manera similar al anterior, es decir, utiliza las técnicas de algoritmos genéticos y mínimos cuadrados amortiguados para obtener la forma de la superficie que mejor se ajusta a los puntos medidos sobre la superficie. La única diferencia radica en la función de mérito que se utiliza al evaluar las soluciones encontradas, en la etapa de algoritmos genéticos la función de mérito está dada por la ecuación (7.6) y en la etapa de mínimos cuadrados amortiguados está dada por la ecuación (7.13), tomando el término f_i de la matriz A dado por

$$f_i = Z_{ei} \cdot \frac{c_0 S_i^2}{1 + \left[1 - (K_0 + 1) c_0^2 S_i^2 \right]^{1/2}}, \quad (7.18)$$

donde Z_{ei} es la coordenada Z medida experimentalmente, K_0 y c_0 es la solución encontrada por algoritmos genéticos, y S_i son las coordenadas medidas experimentalmente. Los diagramas de flujo mostrados en la figura 7.1 y 7.2 ilustran el procedimiento que sigue el algoritmo al trabajar con algoritmos genéticos y mínimos cuadrados. El algoritmo completo implementado es mostrado en el apéndice 3.

7.4. Algoritmos para evaluar superficies esféricas

Para conocer la forma de superficies cónicas se han implementado dos algoritmos, los cuales utilizan las coordenadas de algunos puntos y el radio de curvatura. Estos algoritmos no toman en cuenta que la superficie en el proceso de fabricación puede tener errores o desviaciones simétricas de la forma deseada, o que los valores medidos experimentalmente poseen incertidumbre, por lo que la forma de la superficie ya no podría ser descrita como una superficie esférica de revolución.

Con esto en mira, se generalizaron los algoritmos implementados para caracterizar ahora superficies esféricas, las cuales están descritas por la ecuación (2.2), donde se tomó un sólo coeficiente de deformación, quedando las superficies caracterizadas por

$$Z = \frac{cS^2}{1 + \sqrt{1 - (K + 1)c^2S^2}} + A_1S^4, \quad (7.19)$$

donde S son las coordenadas medidas experimentalmente, K , c y A_1 son los parámetros a encontrar y que describen a la superficie esférica.

Los algoritmos implementados nuevamente utilizan las coordenadas (X, Y) y el radio de curvatura R , o las coordenadas $(X, Y,$

Z) para obtener la forma de la superficie. Las funciones de mérito que guiaran la búsqueda tomando radios o sagitas están dadas por

$$\phi = \sum_{i=1}^n \left(R_{ei} - \frac{\left\{ 1 + \left[\frac{c_0 S}{\sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} + 4A_{01} S^3 \right]^2 \right\}^{3/2}}{\left\{ \frac{c_0}{(1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2)^{3/2}} + 12A_{01} S^2 \right\}} \right)^2, \quad (7.20)$$

y

$$\phi = \sum_{i=1}^n \left(Z_{ei} - \frac{c_0 S^2}{1 + \sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} + A_{01} S^4 \right)^2, \quad (7.21)$$

respectivamente, donde K_0 , c_0 y A_{01} son las variables a encontrar, S , Z_{ei} y R_{ei} son los valores medidos experimentalmente. A continuación se explicara como se implementaron estos algoritmos para cada caso.

7.4.1. Medición de radios de curvatura

Este algoritmo al igual que el implementado para superficies cónicas trabajan tomando el radio de curvatura de algunos puntos medidos sobre la superficie bajo prueba, requiere algunos datos de entrada, y trabaja con las técnicas de algoritmos genéticos y mínimos cuadrados en la fase de optimización.

7.4.1.1. Etapa de Algoritmos Genéticos

Esta etapa funciona de manera similar a la implementada en la sección 7.3.1.1, es decir, el funcionamiento del algoritmo puede ser descrita por la figura 7.1, la diferencia importante radica en la descodificación, y la evaluación de los cromosomas. Esto es debido principalmente porque las variables a buscar en este caso son K , c y A_1 , y no K y c únicamente, por lo tanto el cromosoma al ser descodificado se debe dividir en tres partes.

Los rangos de mapeo requeridos (los cuales permiten obtener cualquier tipo de superficie esférica real) para las variables K , c y A_1 están dados como

$$-4 \leq K \leq 4, \quad (7.22)$$

$$0 \leq |c| \leq \frac{1}{h}, \quad (7.23)$$

$$|A_1| < 0.01, \quad (7.24)$$

donde h es el semi-diámetro de la superficie a evaluar. Así la descodificación de cada parte del cromosoma asignada a cada una de las variables se realiza a través de

$$K = K_{\max} - \left(\frac{2 * K_{\max}}{2^{\lfloor \text{cromosoma} / 3 \rfloor} - 1} \right) X_1, \quad (7.25)$$

$$c = \left(\frac{1}{2^{\lfloor \text{cromosoma} / 3 \rfloor} - 1} \right) X_2, \quad (7.26)$$

$$A_1 = A_{\max} - \left(\frac{2 * A_{\max}}{2^{\lfloor \text{cromosoma} / 3 \rfloor} - 1} \right) X_3, \quad (7.27)$$

donde X_i son los valores decimales obtenidos al descodificar la porción de la cadena binaria asignada a cada variable, $K_{\max} = 5$ y $A_{\max} = 0.01$ son los valores dados para encontrar todos los posibles valores que definen una superficie esférica real.

La evaluación de los cromosomas se realiza sustituyendo los valores descodificados de las variables en la función de mérito dada por la ecuación (7.20) y tomando los datos medidos experimentalmente. Midiendo estas desviaciones de los radios, uno puede saber que solución encontrada es más apta que otra, y así seleccionar la mejor en todo el proceso de búsqueda.

Una vez que se ha evaluado la población inicial, las siguientes poblaciones son generadas a partir de ésta, cruzando los cromosomas actuales y evaluando cada uno de ellos hasta completar el número de generaciones dadas por el usuario. Finalmente el algoritmo selecciona el

cromosoma mejor evaluado en todo el proceso para utilizarlo como punto de partida para mínimos cuadrados amortiguados.

7.4.1.2. Etapa mínimos cuadrados amortiguados

Esta etapa puede ser descrita por el diagrama de flujo mostrado en la figura 7.2, a diferencia del algoritmo implementado para cónicas, este algoritmo busca tres variables, K , c y A_1 utilizando la función de evaluación dada como

$$\begin{pmatrix} K \\ c \\ A_1 \end{pmatrix} = -(A^T A + p^2 I)^{-1} A^T F_0 + \begin{pmatrix} K_0 \\ c_0 \\ A_{01} \end{pmatrix}, \quad (7.28)$$

donde A es la matriz formada con los elementos dados por

$$A = \frac{\partial f_i}{\partial X_j}, \quad (7.29)$$

o

$$A = a_{ij} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial K}, \frac{\partial f_i}{\partial c}, \frac{\partial f_i}{\partial A_1} \right], \quad (7.30)$$

con X_j las variables a buscar K , c y A_1 , f_i la diferencia entre radios de curvatura dadas como

$$f_i = R_{ei} - \frac{\{[1 + [-K_0 - (K_0 + 1)16A_{01}^2 S_i^6]c_0^2 S_i^2 + \zeta]\}^{3/2}}{c_0 + 12A_{01} S_i^2 [1 - (K_0 + 1)c_0^2 S_i^2]^{3/2}}, \quad (7.31)$$

con

$$\zeta = 8A_{01} S_i^4 c_0 [1 - (K + 1)c_0^2 S_i^2]^{1/2} + 16A_{01}^2 S_i^6 \quad (7.32)$$

donde K_0 , c_0 y A_{01} es la solución encontrada por algoritmos genéticos, S_i y R_{ei} son las coordenadas y radios de curvatura medidos experimentalmente, p^2 es el factor de peso con valores entre 0 y 1 asignado por el usuario, A^T es la matriz transpuesta de la matriz A , I es la matriz identidad y F_0 está dado por

$$F_0 = \sum_{i=1}^N \left(R_{ei} - \frac{\{[1 + [-K_0 - (K_0 + 1)16A_{01}^2 S_i^6]c_0^2 S_i^2 + \zeta]\}^{3/2}}{c_0 + 12A_{01} S_i^2 [1 - (K_0 + 1)c_0^2 S_i^2]^{3/2}} \right). \quad (7.33)$$

Una vez que el algoritmo encuentra una nueva solución de K , c y A_1 con la ecuación (7.28), la compara con la solución inicial K_0 , c_0 y A_{01} y si la mejoría de la solución encontrada con respecto a la solución inicial es menor a δ o ϵ el algoritmo finaliza la búsqueda, de lo contrario toma esta nueva solución como punto de partida hasta que se cumpla la condición(de ser menor a δ o ϵ), donde δ y ϵ son los valores que permiten que el algoritmo finalice su búsqueda. El algoritmo completo es mostrado en el apéndice 4.

7.4.2. Medición de sagitas

El algoritmo implementado para conocer la forma de superficies esféricas a partir de coordenadas (X, Y, Z) es ilustrado en los diagramas de flujo mostrados en las figuras (7.1) y (7.2). Este algoritmo al igual que los anteriores requiere de algunos datos iniciales para comenzar su búsqueda, y utiliza las técnicas de algoritmos genéticos y mínimos cuadrados amortiguados en la fase de optimización. Este algoritmo fue implementado, debido a que el algoritmo previo no obtiene la forma de la superficie esférica bajo prueba.

Los datos iniciales así como la etapa de algoritmos genéticos son similares a la sección anterior, pero en este caso la función de mérito utilizada está dada por

$$\phi = \sum_{i=1}^n \left(Z_{ei} - \frac{c_0 S^2}{1 + \sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} + A_{01} S^4 \right)^2, \quad (7.34)$$

donde Z_{ei} y S son los valores medidos experimentalmente, y K_0 , c_0 y A_{01} son los valores a buscar que se encuentran codificados en el cromosoma.

Nuevamente la población inicial de cromosomas es creada de manera aleatoria con la función *flip*, y posteriormente descodificada con las ecuaciones (7.25), (7.26) y (7.27), para ser evaluada con la ecuación (7.34). Los cromosomas mejores evaluados en cada generación son

seleccionados y al finalizar el proceso escoge el mejor para ser utilizado como punto de partida en la técnica de mínimos cuadrados amortiguados.

Con la solución encontrada con algoritmos genéticos, inicia mínimos cuadrados amortiguados, pero la búsqueda se realiza con la función de merito dada en la ecuación (7.28), donde f_i está dado por

$$f_i = \left(Z_{ei} - \frac{c_0 S^2}{1 + \sqrt{1 - (K_0 + 1)c_0^2 S^2}} + A_{01} S^4 \right), \quad (7.35)$$

donde Z_{ie} y S_i son los valores medidos experimentalmente, y K_0 , c_0 y A_{01} son los valores encontrados por el algoritmo.

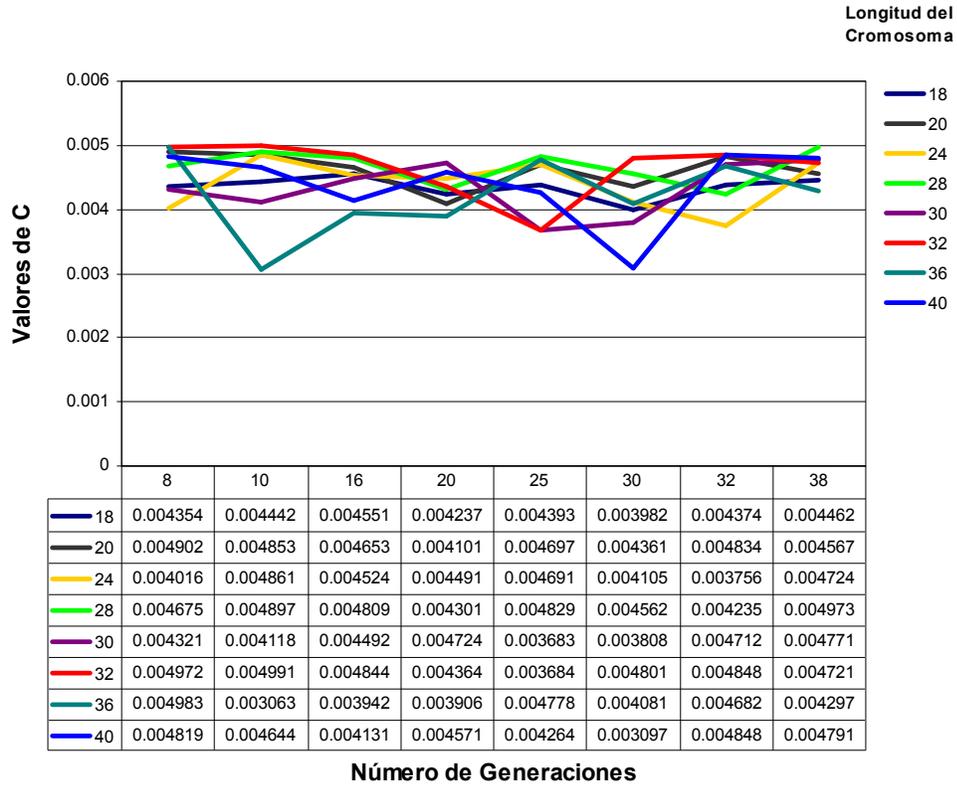
Una vez que el algoritmo encuentra una nueva solución K , c y A_1 con la ecuación (7.28), la compara con la solución inicial K_0 , c_0 , y A_{01} y si la mejoría de la solución encontrada con respecto a la solución inicial es menor a δ o ϵ el algoritmo finaliza la búsqueda, de lo contrario toma esta nueva solución como punto de partida hasta que se cumpla la condición. El algoritmo completo es mostrado en el apéndice 5.

7.5 Análisis

En esta sección se buscan los valores de entrada más apropiados para que la técnica de algoritmos genéticos encuentre la mejor solución en el menor tiempo de computo posible, para ello se realizaron tres pruebas, modificando la longitud de los cromosomas y el número de generaciones, manteniendo el tamaño de la población constante.

Para el caso número 1, se tomaron a 120 individuos para formar la población, posteriormente se hizo variar la longitud del cromosoma en 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36 y 40 cromosomas, variando también el número de generaciones en 8, 10, 16, 20, 25, 30, 32 y 38.

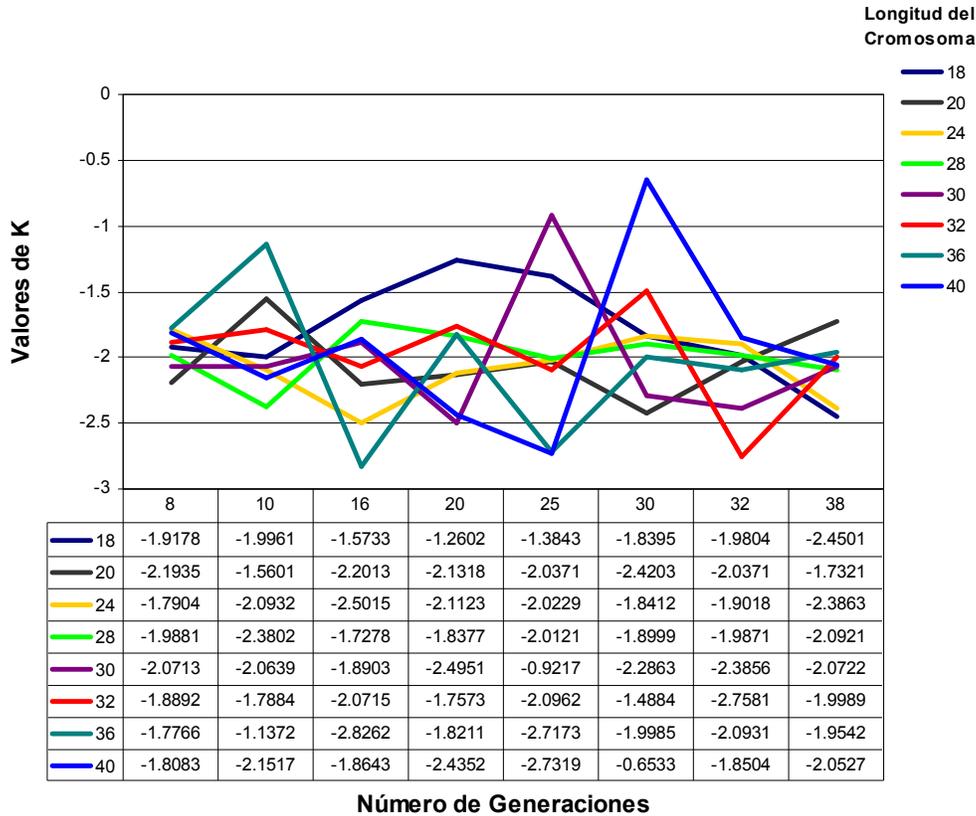
La gráfica 7.1, muestra los valores obtenidos para la curvatura C por el algoritmo cuando se utiliza el algoritmo que encuentra la cónica que mejor se ajusta a los radios medidos experimentalmente. Los valores de la curvatura paraxial y la constante de conicidad de la superficie a encontrar son $C= 0.005$ y $K= -2$.



Gráfica 7.1. Valores de C obtenidos por el algoritmo.

Como se puede observar existe muchos valores cercanos al óptimo, la mayoría se encuentran ubicados entre 0.004 y 0.005, entre los más cercanos se observan los valores de 0.004983, 0.004991 y 0.004972. La gráfica 7.2, muestra los valores obtenidos de K por el algoritmo.

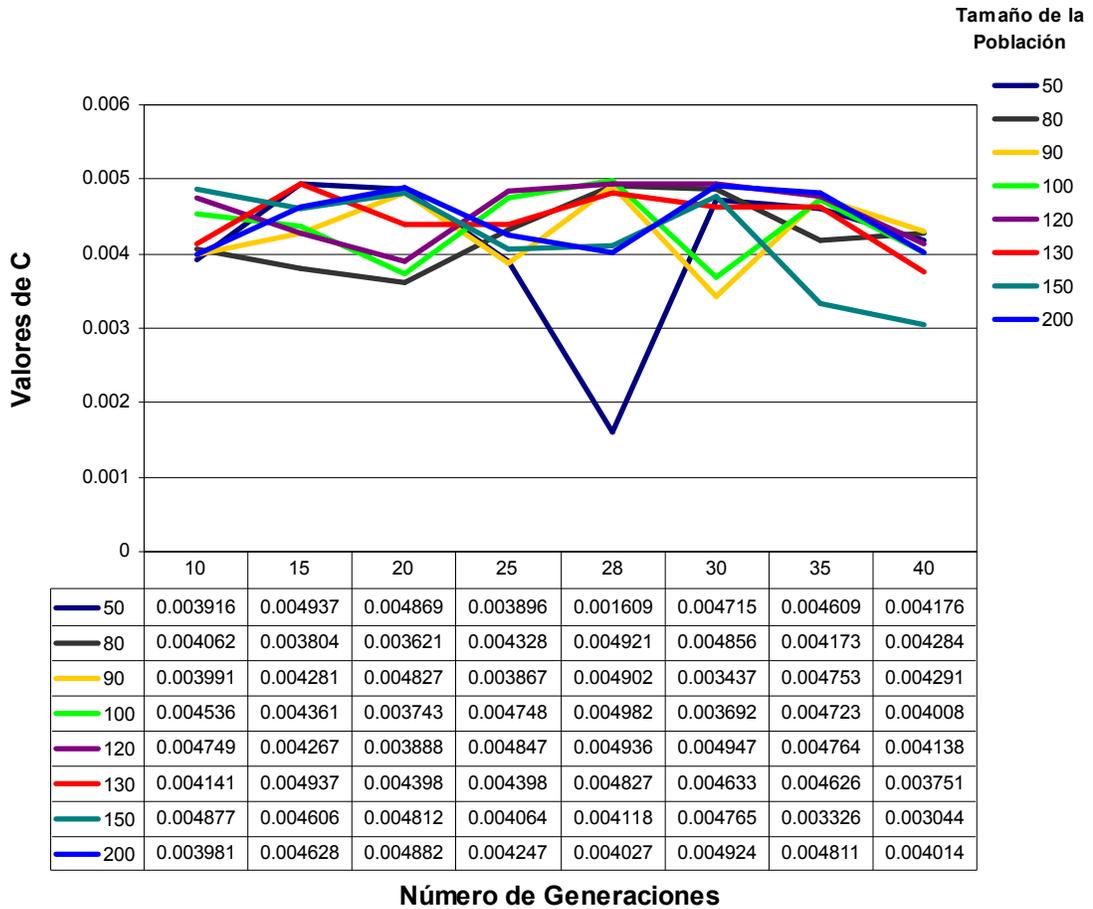
Al igual que en la gráfica anterior se nota que existen valores cercanos al óptimo, la mayoría de los valores obtenidos por el algoritmo se encuentran entre -1.5 y -2.00 .



Gráfica 7.2. Valores de K obtenidos por el algoritmo.

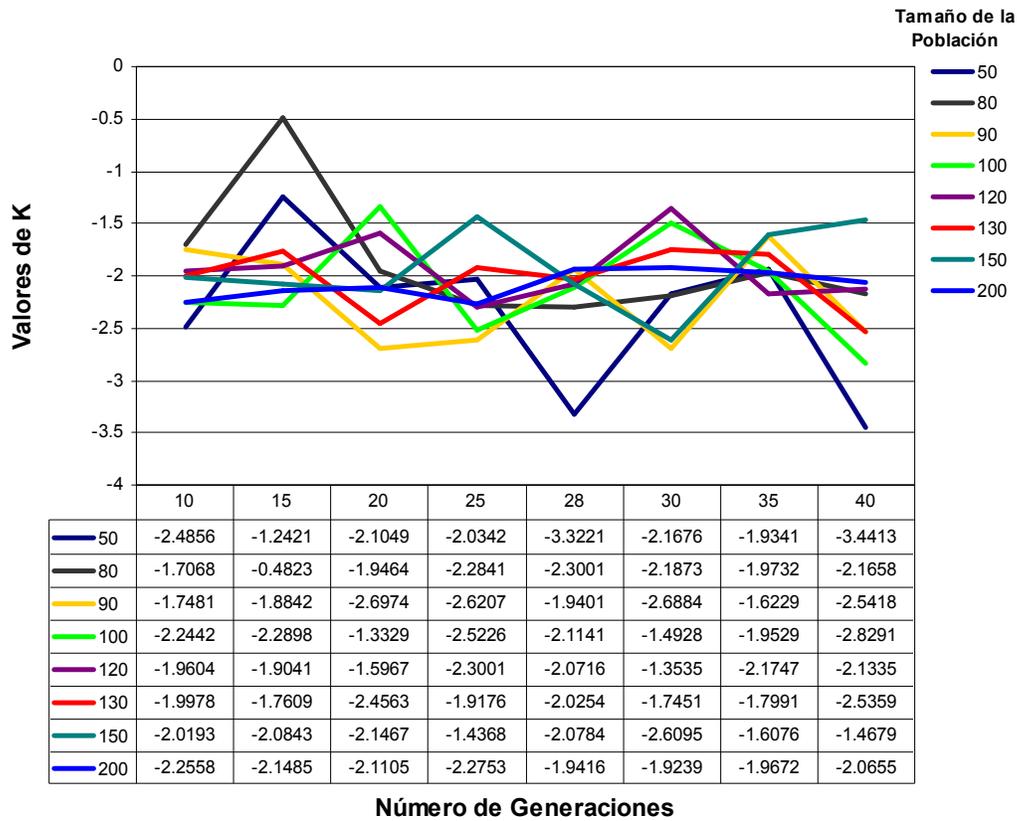
Para el caso número 2, la longitud del cromosoma se mantiene constante a 32 bits, posteriormente se varía el tamaño de la población en 50, 80, 90, 100, 120, 130, 150 y 200 individuos, finalmente se varía el número de generaciones en 10, 15, 20, 25, 28, 30, 35 y 40.

La gráfica 7.3, muestra los valores de C obtenidos por el algoritmo para el caso 2.



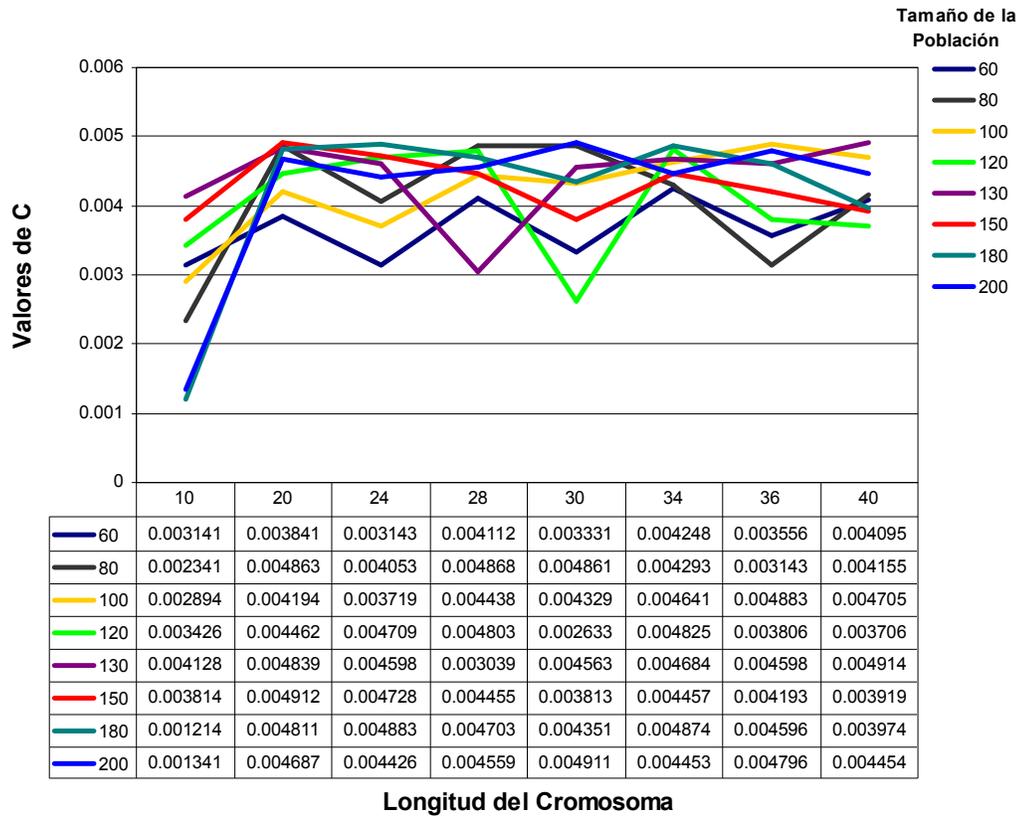
Gráfica 7.3. Valores de C obtenidos por el algoritmo.

Al igual que en el caso número 1, la mayoría de los valores de C se encuentran dentro del rango 0.004 y 0.005. La gráfica 7.4, muestra los valores obtenidos de K por el algoritmo estando entre -1.5 y -2.00, los valores más cercanos al óptimo se encuentran en; -1.9978, -2.0193 y -2.0254.



Gráfica 7.4. Valores de K obtenidos por el algoritmo.

Para el caso número 3, el número de generaciones se mantiene constante a 20 generaciones, posteriormente se varía el tamaño de la población en 60, 80, 100, 120, 130, 150, 180 y 200 individuos, y se varía la longitud del cromosoma en 10, 20, 24, 28, 30, 34, 36 y 40 bits.

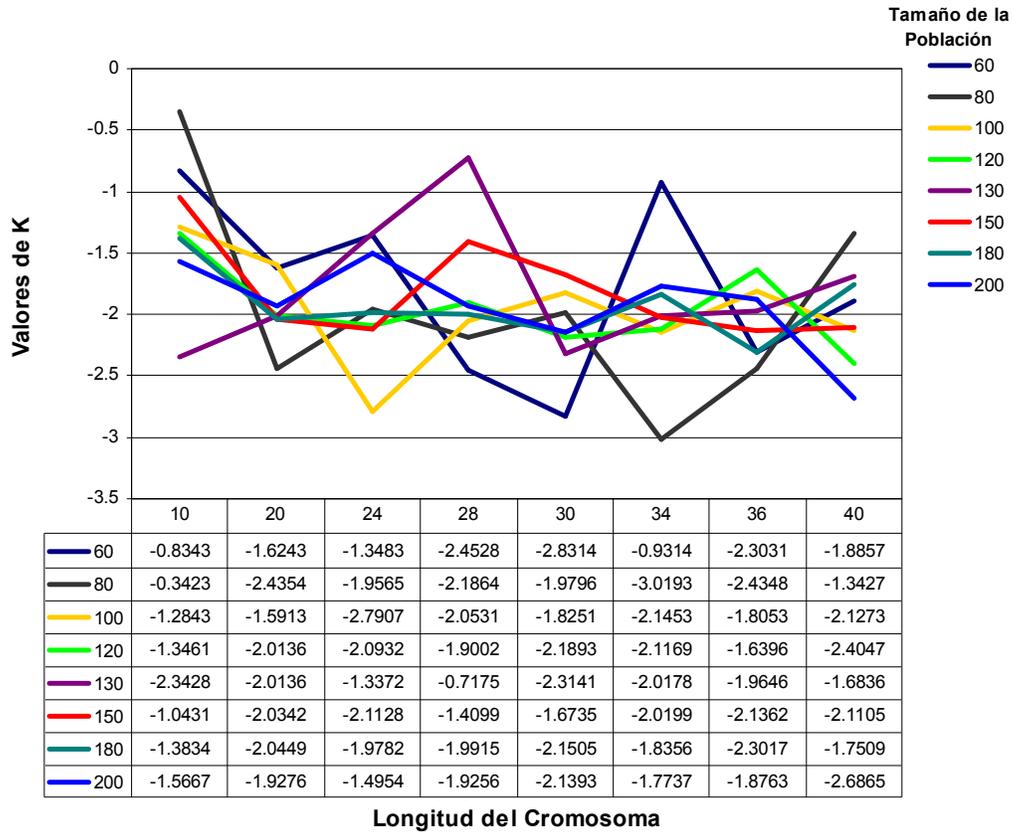


Grafica 7.5. Valores de C obtenidos por el algoritmo.

Las gráficas 7.5 y 7.6 muestran los valores de C y K obtenidos por el algoritmo. En estas gráficas se pueden observar valores para C y K muy cercanos al óptimo global, al igual que en los casos anteriores.

En términos generales, y tomando en cuenta que el algoritmo parte de cero para encontrar los valores de las variables C y K , se pueden

observar muy buenos resultados, siendo buenos puntos de inicio para la técnica de mínimos cuadrados amortiguados.



Gráfica 7.6. Valores de K obtenidos por el algoritmo.

La elección de los parámetros bajo los cuales el algoritmo trabaja de manera óptima es difícil establecerlos, debido a que los resultados de las pruebas hechas con anterioridad reflejan resultados muy similares, sin embargo se proponen en base a estos resultados los siguientes parámetros, los cuales arrojaron resultados satisfactorios.

Tamaño de la población 120.

Longitud del cromosoma 32.

Número de Generaciones 20.

7.6 Ejemplos

Para ilustrar el funcionamiento de los algoritmos desarrollados, presentamos algunos ejemplos, en los cuales, se obtuvieron algunos radios de curvatura locales de manera analítica tomando superficies cónicas conocidas (es decir, con k y c conocidos), y a partir de ellos obtener la forma de la superficie. Las superficies que se utilizaron tienen un diámetro de 200 cm, un radio de curvatura paraxial $r = 200$ cm, solamente se cambió la constante de conicidad y el número de radios de curvatura medidos; estos valores se eligieron debido a que la superficie a probar tendrá características similares.

Ejemplo 1.

Se midieron 50 radios de curvatura locales distribuidos homogéneamente sobre toda la superficie del hipérboloide, con constante de conicidad $K = -2$. El programa en su primera etapa (algoritmos genéticos), trabajó con una población de 100 cromosomas, cada cromosoma con una longitud de 30 bytes y se utilizaron 20 generaciones. Algoritmos genéticos obtuvo los siguientes valores $K_e = -2.12$ y

$r_e=202.169$ cm. Estos valores se tomaron como punto de partida para Mínimos Cuadrados Amortiguados y con ellos se obtuvo lo siguiente $K = -2$ y $R = 200$ cm, obteniéndose los valores exactos de la superficie con la cual se simularon los radios de curvatura.

Ejemplo 2.

Tomando 100 radios de curvatura locales distribuidos homogéneamente sobre toda la superficie de un elipsoide, con constante de conicidad $K= 1$. El programa nuevamente en su primera etapa trabajo con una población de 100 cromosomas, cada cromosoma con una longitud de 30 bytes y 30 generaciones. Algoritmos Genéticos obtuvo $K_e =0.98$ y $r_e =200.79$ cm. Tomando estos valores como punto de partida para Mínimos Cuadrados Amortiguados se obtuvo $K = -1.0001$ y $R = 200.0001$ cm, ya que fue una de las condiciones impuestas en la búsqueda con Mínimos Cuadrados(para que el programa terminara la búsqueda).

Ejemplo 3.

Se tomaron 20 radios de curvatura distribuidos homogéneamente sobre la superficie de un paraboloide a los cuales se les introdujo un error que fluctúa entre 0 a ± 10 cm de manera aleatoria, con constante de conicidad $K=-1$ y radio de curvatura paraxial $r = 200$ cm. Esto fue con el

propósito de obtener una distribución de radios de curvatura con errores (ya que esto puede presentarse al momento de realizar las mediciones), los cuales son exagerados. El programa trabajo con una población de 100 cromosomas, cada cromosoma con una longitud de 30 bytes y 50 generaciones en la parte de Genéticos. Obteniéndose como punto de partida $K_e = -1.0022$ y $r_e = 200.0072$ cm para mínimos cuadrados amortiguados, obteniendo nuevamente el óptimo global.

Ejemplo 4.

Finalmente, de manera experimental se midieron las coordenadas de 50 puntos en una superficie esférica con radio de curvatura $r = 300$ mm. El programa nuevamente en su primera etapa trabajo con una población de 100 cromosomas, cada cromosoma con una longitud de 30 bytes y 30 generaciones. Algoritmos Genéticos obtuvo como punto de partida $K_e = -0.8245$ y $r_e = 309.45$ mm, para mínimos cuadrados amortiguados, obteniéndose $K_e = -0.8175$ y $r_e = 310.99$ mm.

Se realizaron varias corridas con el algoritmo y se encontraron resultados similares para K_e y R_e , esta combinación de parámetros permite que las desviaciones obtenidas comparadas con los valores reales se mantuvieran dentro de un margen aceptable (valores de la función de mérito menores a 5), donde el óptimo sería el caso para el cual la función

de mérito fuera de cero. Los puntos medidos experimentalmente tienen errores ocasionando que no se obtenga la forma de la superficie real.

Resultados similares se encontraron al trabajar con los algoritmos que encuentran la forma de una superficie cónica utilizando sagitas. Al trabajar con los algoritmos implementados para encontrar la forma de una superficie esférica tomando radios de curvatura, se observó que al tomar los radios de curvatura para dirigir la búsqueda estos dan resultados incorrectos, lo cual no se presenta al utilizar el algoritmo que trabaja con sagitas para conocer la forma de superficies esféricas.

Una posible explicación es debido a que los valores de los radios de curvatura en una superficie esférica cambian muy rápido en comparación con el cambio que se presenta en superficies cónicas. Por otro lado al parecer los cambios en la constante de conicidad al momento de realizar el ajuste son muy similares a los cambios que se producen por la constante de esférica A_1 , haciendo que la búsqueda no sea la correcta. Por ese motivo se optó por tomar las sagitas (coordenadas) únicamente para encontrar la forma de una superficie esférica. Una gráfica que ilustra los cambios en los radios de curvatura entre una superficie cónica y una superficie esférica es la mostrada en la figura 7.3.

Al trabajar con superficies reales, el usuario debe tener presente lo siguiente:

El programa considera como origen del sistema de referencia al vértice de la superficie.

Las coordenadas x negativas deben de introducirse primero, ya que de no hacerlo así, el algoritmo arroja resultados erróneos.

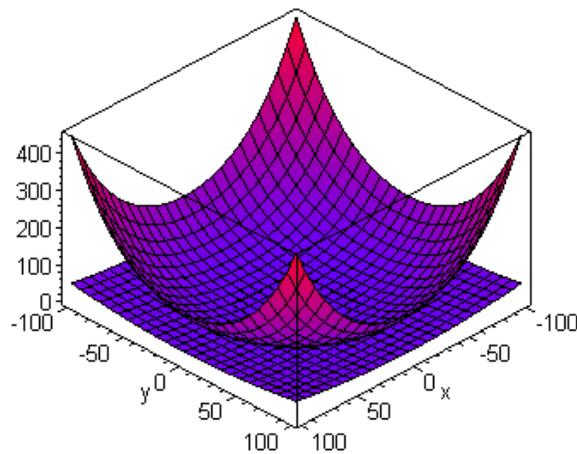


Figura 7.3. Comparación de radios de curvatura locales entre una superficie cónica ($K = -1$, $r = 200$ cm) y una superficie esférica ($K = -1$, $r = 200$ cm y $A_1 = 0.0001$).

7.7. Conclusiones

Como se pudo observar el algoritmo implementado, permite obtener el óptimo global, es decir, encuentra la forma de la superficie bajo prueba.

Esto se logró al combinar las técnicas de Algoritmos Genéticos y Mínimos Cuadrados Amortiguados de manera apropiada, ya que Genéticos encuentra una solución cercana al óptimo global, que sirve como punto de partida para mínimos cuadrados amortiguados y obtener el óptimo global.

Este método permite caracterizar a la superficie bajo prueba relativamente rápido (unos cuantos segundos), comparado con el tiempo que se requiere con otros métodos de prueba, aplicados a este tipo de superficies.

La desventaja es que se requiere conocer los radios de curvatura y posiciones con gran precisión, ya que, errores cometidos en la medición de éstos, introducirían deformaciones no existentes en la superficie, ocasionando, que la forma de la superficie encontrada no sea la de la superficie bajo prueba.

En lo futuro se persigue que el proceso de captura y manejo de la información sea de manera automática, para que la prueba sea lo más sencilla posible. Generalizando el método a superficies esféricas de revolución.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un método para probar los paneles y el espejo secundario del Gran Telescopio Milimétrico (GTM), el cual, utilizará la maquina XYZ y los esferómetros y perfilómetros diseñados en esta tesis, cumpliendo con ello el objetivo de esta tesis.

Con el sistema implementado se podrán caracterizar cualquier tipo de superficies (reflejantes) que tengan diámetros menores a 5 metros, debido a las restricciones de la maquina XYZ.

El costo de implementación (instrumentos de medición) resulta relativamente bajo comparado con los métodos de prueba existentes para superficies de gran tamaño, ya que en muchas ocasiones las componentes ópticas de los instrumentos a utilizar, resultan más costosos que las superficies a construir.

Las expresiones analíticas encontradas al realizar los diseños de los instrumentos, permiten construir instrumentos similares para diferentes aplicaciones y especificaciones de operación.

Los algoritmos implementados permiten conocer la forma de la superficie con precisión aceptable como lo muestran los ejemplos presentados, en un tiempo relativamente corto en su procesamiento.

Como trabajo a desarrollar, se pretende realizar algoritmos para caracterizar superficies con forma toroidal y cilíndrica, permitiendo con ello caracterizar una variedad más amplia de superficies. También se pretende modificar los algoritmos implementados, cambiando en ellos el sistema de referencia y trasladándolo a un extremo que es donde la maquina tiene localizado el suyo, permitiendo con ello evitar manipulaciones extras.

Mejor el algoritmo implementado para evaluar la separación de las franjas, introduciendo un mejor criterio para determinar la posición de las franjas así como del centro del patrón de interferencia. También se pretende automatizar el proceso de adquisición de datos(lectura de coordenadas), almacenamiento y procesamiento de los mismos, reduciendo con ello el tiempo requerido para probar una superficie.

Una desventaja es que las precisiones alcanzadas con los instrumentos dependen de gran manera de la precisión con la que se midan los desplazamientos de los elementos ópticos móviles y de la presesión con la que se pueda medir la posición del brazo de la maquina XYZ.



APÉNDICES

APENDICE I

En este apéndice aparece un listado del programa principal implementado para conocer la separación entre las franjas de interferencia, a partir del centro del patrón, utilizado en el capítulo 6. El programa completo se encuentra en el disco flexible que aparece al final de la tesis.

```

Bloque para abrir imagen en alguna ruta dada.
procedure TF1.Abrir1Click(Sender: TObject);
begin
  Archivo := OpenFileDialog.FileName;
  Imagen.Picture.LoadFromFile(Archivo);
  F1.Caption:='Procesamiento Fizeau (' +
  Archivo+ ')';
  Analiza();
  mandatos();
  F2.ShowModal;
end;
Bloque para enumerar datos de la imagen
procedure TF1.Enumerar();
begin
  for i:=1 to F2.T.RowCount do
    F2.T.Cells[i,0]:=IntToStr(i);
  for i:=1 to F2.T.ColCount do
    F2.T.Cells[0,i]:=IntToStr(i);
end;
Bloque para adquirir datos de la imagen en tabla.
procedure TF1.Inserta();
begin
  for j:=0 to Imagen.Width do
    for i:=0 to Imagen.Height do
      begin
        Reales.Cells[j+1,i+1]:=
          IntToStr(Imagen.Canvas.Pixels[j,i]);
        Temp.Cells[i+1,j+1]:=
          IntToStr(Imagen.Canvas.Pixels[j,i]);
      end;
    for j:=0 to Imagen.Width do
      for i:=0 to Imagen.Height do
        begin
          x:=StrToInt(Reales.Cells[j+1,i+1]);
          z:=x/(256*256);
          z1:=Int(z);
          Reales.Cells[j+1,i+1]:=IntToStr(z1);;
        end;
      end;
      procedure TF1.mandatos();
      bloque para agregar datos la gráfica.
      Procedure TF1.GraH();
      Muestra la gráfica.
      procedure TF1.SacarGrafica1Click(Sender:
      TObject);
      begin
        Histograma();
        GraH();
      end;
      procedure TF1.Histograma();
      begin
        for i:=0 to 256 do
          Histo.Cells[i,0]:=IntToStr(i);
        for i:=0 to 256 do
          Histo.Cells[i,1]:=IntToStr(0);
        for j:=0 to Imagen.Height+1 do
          for i:=0 to Imagen.Width+1 do
            begin
              for k:=0 to 256 do
                //ACol, ARow
                if (StrToInt(Reales.Cells[i+1,j+1])=k)
              then
                Histo.Cells[k,1]:=
                  IntToStr(StrToInt(Histo.Cells[k,1])+1);
              end;
            end;
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;

```

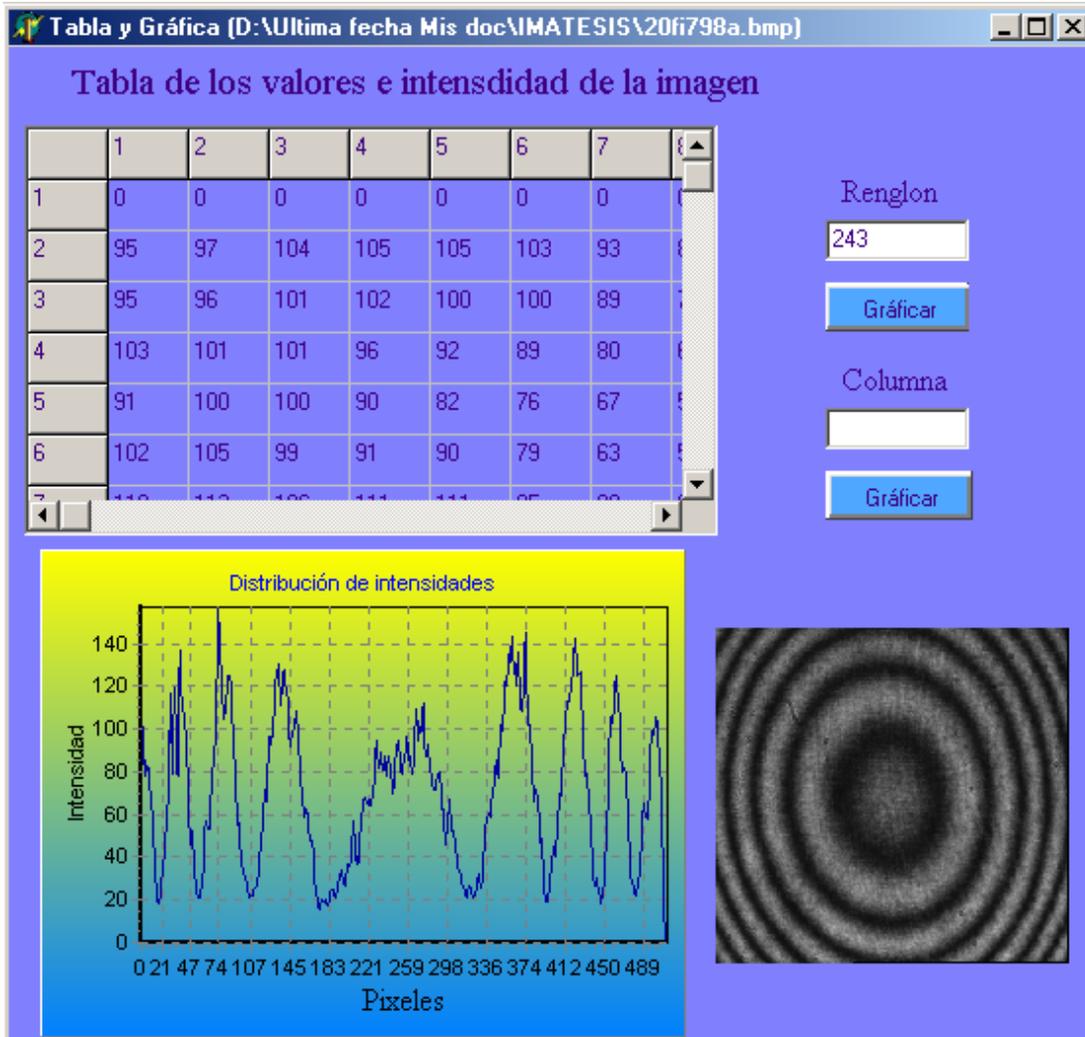


Figura. Imagen que despliega el programa en el momento que se ha procesado el interferograma.



```
PRINT "          *** faltan "; maxgen - gen; " generaciones por calcular ***"
FOR i = 1 TO tpoblacion - 1 STEP 2
  conyuge1 = seleccion
  conyuge2 = seleccion
  CALL cruza(i, conyuge1, conyuge2)
  FOR j = 1 TO lcromosoma
    pobnue(i, j) = hijo1(i, j)
    pobnue(i + 1, j) = hijo2(i, j)
  NEXT j
NEXT i
CALL evalua(pobnue(), h, m0)
'CALL reporte
IF ABS(c1(valmax) - c1(valmin)) < .00001 OR ABS(K1(valmax) - K1(valmin)) < .001 THEN
  CALL mutacion(pobnue())
  nmutacion = nmutacion + 1
  CALL evalua(pobnue(), h, m0)
  'PRINT "se ejecuto una mutacion"
END IF
CLS
FOR i = 1 TO tpoblacion
  FOR j = 1 TO lcromosoma
    pob(i, j) = pobnue(i, j)
  NEXT j
NEXT i
LOOP UNTIL gen >= maxgen
CLOSE #2
CLOSE #1
CALL final(n, h, m0)
'
'          RUTINA DE MINIMOS CUADRADOS AMORTIGUADOS ADITIVOS
'
```



```
CLS
CALL datos1(n, P, X(), Y(), R())
DO
  ' obtencion de matriz A(i,j) y At(i,j)
  CALL matriz(K0, C0, P, n, X(), Y(), R(), A(), At(), Ro())
  CALL AtXA(n, Ak(), Ac(), ATA())
  CALL inversa(P, ATA(), V())
  CALL InvAt(n, V(), At(), D())
  CALL matvect(C0, K0, n, H1, H2, R(), Ro(), D())
  K = H1 + K0
  C = H2 + C0
  KKKK = K0
  CCCC = C0
  IF ABS(K - K0) <= .00000001# OR ABS(C - C0) <= 9.999999999999999D-12 THEN GOTO 1500
  IF K <> K0 THEN K0 = K
  IF C <> C0 THEN C0 = C
  LOOP UNTIL ABS(K - KKKK) <= .0000001 OR ABS(C - CCCC) <= .00000001#
1500 PRINT
PRINT " La solución al Sistema es K="; K, "y R="; 1 / C
CLOSE #2
pausa
falla:
IF ERR = 6 THEN PRINT "error"
'GOTO 1000
RESUME NEXT
5400 END
```




```
gen = gen + 1
LOCATE 14, 1
PRINT "          *** faltan "; maxgen - gen; " generaciones por calcular ***"
FOR i = 1 TO tpoblacion - 1 STEP 2
  conyuge1 = seleccion
  conyuge2 = seleccion
  CALL cruza(i, conyuge1, conyuge2)
  FOR j = 1 TO lcromosoma
    pobnue(i, j) = hijo1(i, j)
    pobnue(i + 1, j) = hijo2(i, j)
  NEXT j
NEXT i
CALL evalua(pobnue(), h, m0)
'CALL reporte
IF ABS(c1(valmax) - c1(valmin)) < .00001 OR ABS(K1(valmax) - K1(valmin)) < .001 THEN
  CALL mutacion(pobnue())
  nmutacion = nmutacion + 1
  CALL evalua(pobnue(), h, m0)
  'PRINT "se ejecuto una mutacion"
END IF
CLS
'CALL reporte
FOR i = 1 TO tpoblacion
  FOR j = 1 TO lcromosoma
    pob(i, j) = pobnue(i, j)
  NEXT j
NEXT i
LOOP UNTIL gen >= maxgen
CLOSE #2
CLOSE #1
'CALL resultados
CALL final(n, h, m0)
```




```
DO
gen = gen + 1
LOCATE 14, 1
PRINT "          *** faltan "; maxgen - gen; " generaciones por calcular ***"
FOR i = 1 TO tpoblacion - 1 STEP 2
  conyuge1 = seleccion
  conyuge2 = seleccion
  CALL cruza(i, conyuge1, conyuge2)
  FOR j = 1 TO lcromosoma
    pobnue(i, j) = hijo1(i, j)
    pobnue(i + 1, j) = hijo2(i, j)
  NEXT j
NEXT i
CALL evalua(pobnue(), h, m0)
'CALL reporte
IF ABS(c1(valmax) - c1(valmin)) < .00001 OR ABS(K1(valmax) - K1(valmin)) < .001 THEN
  CALL mutacion(pobnue())
  nmutacion = nmutacion + 1
  CALL evalua(pobnue(), h, m0)
  'PRINT "se ejecuto una mutacion"
END IF
CLS
'CALL reporte
FOR i = 1 TO tpoblacion
  FOR j = 1 TO lcromosoma
    pob(i, j) = pobnue(i, j)
  NEXT j
NEXT i
LOOP UNTIL gen >= maxgen
CLOSE #2
CLOSE #1
'CALL resultados
CALL final(n, h, m0)
```




```
'  
'  
' RUTINA DE MINIMOS CUADRADOS AMORTIGUADOS ADITIVOS  
'  
'  
'%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%'  
CLS  
CALL datos1(n, P, X(), Y(), R())  
DO  
' obtencion de matriz A(i,j) y At(i,j)  
CALL matriz(K0, C0, P, n, X(), Y(), R(), A(), At(), Ro())  
CALL AtXA(n, Ak(), Ac(), ATA())  
CALL inversa(P, ATA(), V())  
CALL InvAt(n, V(), At(), D())  
CALL matvect(C0, K0, n, H1, H2, R(), Ro(), D())  
K = H1 + K0  
C = H2 + C0  
KKKK = K0  
CCCC = C0  
IF ABS(K - K0) <= .0000001# OR ABS(C - C0) <= 9.999999999999999D-12 THEN GOTO 1500  
IF K <> K0 THEN K0 = K  
IF C <> C0 THEN C0 = C  
LOOP UNTIL ABS(K - KKKK) <= .0000001 OR ABS(C - CCCC) <= .0000001#  
1500 PRINT  
PRINT " La solución al Sistema es K="; K, "y R="; 1 / C  
CLOSE #2  
pausa  
falla:  
IF ERR = 6 THEN PRINT "error"  
'GOTO 1000  
RESUME NEXT  
5400 END
```

REFERENCIAS

- [1].- <http://binizaa.inaoep.mx/clinares/labsupasf/generadora.html>.
- [2].- D. M. Gale, “Marco de metrología para una máquina de medición por coordenadas”, Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, OPTILAS’98.
- [3].- D. Beasley, D. Bull, R. Martin: *An Overview of Genetic Algorithms. Part Two - Research Topics* (University Computing, 1993, 15(4), 170-181).
- [4].- Holland, J. H. *Adaptation in natural and artificial system. Ann Arbor: The University of Michgan Press* (1975).
- [5].- Coello, Coello Carlos A, *Introducción a los Algoritmos Geneticos*, Soluciones Avanzadas, Tecnologías de Información y estrategias de negocios, Año 3, Número 17, pp 5-11.
- [6].- Holland John, *Adaptation in Natural and Artificial Systems. An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and*

Artificial Intelligence, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, Second Edition, (1975).

[7].- Oram, Hummer, Smoot, *Biology Living Systems*, Charles and Merrill Pub. Co., USA, (1984), pp 159-200.

[8].- Vázquez Montiel, Sergio, *Diseño de sistemas ópticos usando Algoritmos Genéticos*, Tesis Doctoral, Departamento de Instrumentación Óptico- Digital, Tonantzintla Puebla, México, 26-28, (1996).

[9].- Goldberg, David E, *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Reading Massachusetts, Addison Wesley Publishing Company, (1989).

[10].- Lawrence Davis, *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York, 16-20, (1991).

[11].- Goldberg David E, *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Reading Massachusetts, Addison Wesley Publishing Company, 66-67, (1989).

[12].- Vázquez Montiel, Sergio, *Diseño de sistemas ópticos usando Algoritmos Genéticos*, Tesis Doctoral, Departamento de Instrumentación Óptico- Digital, Tonantzintla Puebla, México, 35, (1996).

-
- [13].- Goldberg David E, *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Reading Massachusetts, Addison Wesley Publishing Company, 41-45, (1989).
- [14].- D. Malacara, *Optical Shop Testing*, (John Wiley and Sons, New York), 479, (1978).
- [15].- W. Longley, P. Smith , W. Wilson, *Analytic Geometriy and Calculus*, (Ginn and Co, New York), 394-403, (1952).
- [16].- O. Cardona, J. Pedraza, A. Cornejo y A. Cordero., *Rev. Mex.*, **29**, (2), 245-258, (1983).
- [17].- Menchaca Carmen, Morales Arquímedes, y Malacara Daniel, *Evaluación de algunos parámetros para superficies esféricas*, Reporte Técnico No. 3, CIO, León Gto., México, (1982).
- [18].- T. H. Jamieson, *Optimization Techniques in Lens Design*, Adam Hilger, London, 33-50, (1971).
- [19].- Serge Lang, *Introducción al Álgebra Lineal*, Addison-Wesley Iberoamericana, 229-233, (1990).

[20].- C. G. Wynne, “*lens Designing by Electronic Digital Computer, I*”, Proc. Phys. Soc. **73**, 777, (1959).

[21].- Michel J. Kidger, “Use of the Levenberg-Marquardt”(damped least-squares) optimization method in lens desing”, Optical Engineering, p 1731, August 1993.

[22].- J. Merion “*Damped Least Squares Method for Automatic Lens Design*”, J. Opt. Soc. Am. **55**, 1105, (1965).

[23].- D. Malacara, *Optical Shop Testing*, (John Wiley and Sons, New York), 1-19, (1978).

[24].- F. R. Tolmon and J. G. Wood, *Fringes spacing in interference microscopes*, J. Sci. Instrum. 33, 507, (1956).

[25].- C. F. Bruce and B. S. Thornton, “Obliquity effects in interference microscopes”, J. Sci. Instrum. 34, 203-304, (1957).

[26].- K. Creath, “Calibration of numerical aperture effects in interferometric microscope objectives,” Appl. Opt. 28, 3333-3338(1989).

-
- [27].- M Stedman, “Limits of surface measurement by optical probes,”in Surface measurement and Characterization, J.M. Bennett, ed.,Proc.Soc. Photo-Opt. Instrum.Eng. 1009,62-67 (1989).
- [28].- Parrent –Thompson, Physical Optics Notebook, Published by the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers, 18-20, (1969).
- [29].- J. W. Gates, Correspondence on “Fringe spacing in interference microscopes,” J. Sci. Instrum. 33,507(1956).
- [30].- G. Delaunay, “Microscope interferential A. Mirau pour la mesure du fini des surfaces,” Rev. Opt. 32, 610-614 (1953).
- [31].- M. J. Downs, W. H. McGivern, and H. J. Ferguson, *Optical System for measuring the profiles of supersmooth surfaces*, Precision Eng. 7, 211-215 (1985).
- [32].- P. Z. Takacs, S. K. Feng, E. L. Church, S. Qian, and W. Liu, “Long Trace profile measurements on cylindrical aspheres,” in *Advances in Fabrication and Metrology for optics and Large Optics*, J. B. Arnold and R. E. Parks, eds., Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 966, 354-364 (1989).

[33].- Heterodyne Profiler, Model 5500, and Laser Interferometric Microscope, Maxim 3D, manufactured by Zygo Corporation, Laurel Brook Road, P. O. Box 448, Middlefield, Conn. 06455.

[34].- TOPO-2D and TOPO-3D manufactured by WYKO Corporation, 1995 East Sixth Street, Tucson, Ariz. 85719.

[35].- D. Malacara, *Optical Shop Testing*, (John Wiley and Sons, New York), 449, (1978).

[36].- D. Malacara, *Optical Shop Testing*, (John Wiley and Sons, New York), 8-20, (1978).

[37].- Lars. A. Selberg, George C. “Hunter, High accuracy interferometric radius of curvature measurement,” OthA3-1, 115-118, Zygo Corporation Middlefield, CT 06455.

[38].- Alonso Magaña Pascual, “Tesis de maestría.”

[39].- Santiago A. Agustin, Vázquez M. Sergio, y Cornejo Rodríguez alejandro, *Diseño a primer orden de un esferómetro óptico de alta precisión para probar el secundario del gtm*, SOMI XI Congreso de instrumentación, Sociedad mexicana de instrumentación, 548-552, (1996).

[40].- Warren J. Smith, , Modern Optical Engineering, E. D. 2, McGraw-Hill International Editions, 151-155, (1990).

[41].- Rudulf Kingslake, “Len Design Fundamental”, Ed. Academic Press, PP 123-133, (1998).

[42].- Comunicación Oral por Sergio Vázquez Montiel, Investigador del Instituto. Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (1997).

[43].- Rudulf Kingslake, “Len Design Fundamental”, Ed. Academic Press, PP 123-133, (1998).

[44].- Kidger Optics, " SIGMA 2100 ", Ed Kidger Optics Ltd (2001).

[45].- Santiago A. Agustin, Vázquez M. Sergio, y Cornejo Rodríguez A., *Diseño de un esferómetro óptico con elemento móvil para medir radios de curvatura locales, III REUNION IBEROAMERICANA DE OPTICA, LASERES Y SUS APLICACIONES*, Revista de física de la academia colombiana, (1998).

[46].- Welford W. T. “ *Aberrations of Optical Sistems*”, Ed. Adam Hilger, pp 143 - 148, (1986).

-
- [47].- Comunicación Oral por Sergio Vázquez Montiel, Investigador del Instituto. Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (1997).
- [48].- OSLO LT, versión 6.01, sinclair Optics, 6780 Palmyra Road Fairport New York, 14450 (2001).
- [49].- S. Vazquez-Montiel, Tetsuya Suzuki, Morio Hosaya, *FOCOIVA: a two dimensions scanners*, R&D Center, Hoya Corporation, Tokyo, Japón. Por publicar.
- [50].- D. M. Gale, *Marco de metrología óptico para una maquina de medición por coordenadas*, Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1-4, (1998).
- [51].- Edward L. O'Neill, *Introduction to Statistical Optics*, Dover, 30-35, (1991).
- [52].- Edward L. O'Neill, *Introduction to Statistical Optics*, Dover, 35-45, (1991).
- [53].- Parrent –Thompson, *Physical Optics Notebook*, Published by the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers, 18-34, (1969).

[54].- Welford W. T. “ *Aberrations of Optical Systems*”, Ed. Adam Hilger, pp 143 - 148, (1986).

[55].- comunicación Oral por Sergio Vázquez Montiel, Investigador del Instituto. Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (1997).

[56].- Kidger Optics, " SIGMA 2100 ", Ed Kidger Optics Ltd (2001).

[57].- Lianzhen, S., *Astron. Astrophys.* **141**, 401, (1984).

[58].- Schulz, G and J. Schwider, “Interferometric Testing of Smooth Surfaces, In Progress in Optics”, Vol **XIII**, ed. E. Wolf (North - Holland, Amsterdam) ch IV. (1976).

[59].- [36].- D. Malacara, *Optical Shop Testing*, (John Wiley and Sons, New York), 12-30, (1978).

[60].- D. Malacara and A. Cornejo, *Appl. Opt.* **9**, 837 (1970).

[61].- Kidger Optics, " SIGMA 2100 ", Ed Kidger Optics Ltd (2001).

[62].- Hank H. Karow, *Interferometric testing in a precision optics shop: A review of testplate*, SPIE Proceeding, Vol **192**, 56-64 (1979).

[63].- D. Malacara, *Optical Shop Testing*, (John Wiley and Sons, New York), p 479, (1978).

[64].- Santiago A. Agustín, Vázquez Montiel S, y Cornejo Rodríguez A., *Medición de radios de curvatura utilizando un interferómetro de Fizeau*, SOCIEDAD MEXICANA DE INSTRUMENTACIÓN, 501-505, (1998).

[65].- Santiago A. Agustín, Vázquez Montiel S, y Cornejo Rodríguez A., *Obtención de la forma de una superficie a partir de radios de curvatura locales*, SOCIEDAD MEXICANA DE INSTRUMENTACIÓN, 584-588, (1997).

Participaciones en Congresos

[1].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R, " Diseño de un esferómetro óptico de alta precisión para probar el secundario del GTM ". UDLA junio de 1996.

[2].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R, " Diseño a primer orden de un esferómetro óptico de alta precisión para probar el secundario del GTM ". Morelia, Michoacán Octubre 1996.

[3].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R, " Diseño a tercer orden de un esferómetro óptico de alta precisión para probar el secundario del GTM ". Oaxaca, Oax. Octubre de 1996.

[4].- A. Santiago, J. Castro, S. Vázquez, A. Cornejo, " Diseño de un microscopio usando matrices de Yamaji ". León, Guanajuato Noviembre de 1996.

[5].- A. Rodríguez, A. Santiago, J. Castro, S. Vázquez , " Diseño de una placa correctora de la Cámara Smith ". León, Guanajuato Noviembre de 1996.

[6].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “ Obtención de la forma de una superficie convexa a partir de radios de curvatura locales (secundario del GTM)”. Monterrey, N. L. Octubre de 1997.

[7].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “ Diseño de un esferómetro de alta presión para medir el secundario del GTM”. Monterrey, N. L. Octubre de 1997.

[8].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “ Obtención de la forma de una superficie a partir de radios de curvatura locales ”. San Luis Potosí, S. L. P. octubre de 1997.

[9].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “ Shape of a conic surface obtained of local zone measurements”. Long Beach California USA Octubre 1997.

[10].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “*Medición de Radios de Curvatura utilizando un Interferómetro de Fizeau* ”. Puebla, Pue. INAOE - BUAP, Junio 1998.

[11].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “*Diseño de un esferómetro óptico con elemento móvil para medir radios de curvatura locales* ”. Colombia Cartagena Octubre 1998.

[12].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “*Medición de radios de curvatura utilizando un interferómetro de Fizeau* ”. Ensenada Baja California, Octubre 1998.

[13].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “*Diseño de esferómetros ópticos para probar el Secundario del GTM* ”. San Luis Potosí, S. L. P. Octubre de 1998.

[14].- A. Santiago A, S. Vázquez M, A. Cornejo R., “Método para probar superficies convexas de gran tamaño”, SMF Puebla;Pue. Octubre del 2000.

[15].- Resumen en Extenso: Diseño a primer orden de un esferómetro óptico de alta precisión para probar el secundario del GTM. SOMI XI Congreso de Instrumentación. Octubre 1996.

[16].- Resumen en Extenso: Obtención de la Forma de una superficie a partir de radios de Curvatura locales. SOMI XII Congreso de Instrumentación. Octubre de 1997.

[17].- Resumen en Extenso: Medición de radios de curvatura utilizando un interferómetro de Fizeau, SOMI XIII. Congreso de instrumentación Octubre 1998.

[18].- Resumen en Extenso: *Diseño de un esferómetro óptico con elemento móvil para medir radios de curvatura locales*. IV Reunión iberoamericana de óptica Colombia Cartagena, III RIOA, OPTILAS Oct 1998. Publicado en las Memorias de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.