Libros

Una breve y amena introducción al razonamiento matemático

"Introduction to Mathematical Thinking" Keith Devlin, 18 de julio de 2012, EUA, editado y publicado por el autor, 102 páginas.

El Dr. Keith Devlin es profesor de la Universidad de Stanford de los Estados Unidos desde el año 2000; ha escrito más de 30 libros especializados y de divulgación y más de 80 artículos de investigación además de participar en programas de radio y tener varios blogs sobre Matemáticas, Educación y Tecnología. El libro del que nos ocuparemos en este espacio tiene como finalidad ser el libro de texto de un curso que el profesor Devlin dicta en su universidad para alumnos de nuevo ingreso a carreras que tienen una gran cantidad de cursos de Matemáticas en su plan de estudios, como lo son la de Matemáticas y, en general, las Ingenierías. Estos estudiantes necesitan desarrollar lo que el autor llama "razonamiento matemático" (*mathematical thinking*), es decir, una manera de ver las cosas considerando sus aspectos lógicos, numéricos o estructurales esenciales y de analizar sus patrones subyacentes.

Este libro está relacionado con uno anterior "*Sets, Functions, and Logic: An Introduction to Abstract Mathematics*", publicado por la editorial Chapman Hall, cuya tercera edición salió en 2003. Este último también podría ser usado como libro de texto para el mismo curso aunque su contenido es más amplio y es bastante más caro que el que estamos reseñando.

El autor menciona que libros como los suyos se empezaron a editar desde los años 80 aunque después del 2000 esta tendencia se volvió notoria. Parece ser que se observó que los estudiantes necesitaban apoyo para aprender a manejar los procesos lógicos involucrados en la "justificación" (llamada demostración) de los "hechos y propiedades" (llamados teoremas) de las Matemáticas que debían estudiar en semestres más avanzados. Por otra parte, el Dr. Devlin afirma que ya en muchos empleos se requiere personal que tenga un buen conocimiento de las Matemáticas a nivel conceptual, sepa cuándo y cómo aplicarlas, conozca su alcance y sus limitaciones, domine algunas áreas básicas de las mismas, pueda trabajar en equipo (frecuentemente con especialistas de otras disciplinas), aprenda rápidamente las técnicas necesarias, pueda adaptar viejos métodos (o en su caso, proponer nuevos) a nuevas situaciones. Todo lo anterior presupone que las personas puedan "razonar matemáticamente".

Libros como "*Proofs and Fundamentals. A First Course in Abstract Mathematics*" de Ethan D. Bloch de la editorial Birkhäuser (2000) y "*Analysis with an Introduction to Proof*" de Steven R. Lay de Prentice Hall (2001) son dos buenos ejemplos de este tipo de publicaciones. Un tercer ejemplo sería "*How to read and to do Proofs*" de Daniel Solow publicado por la editorial John Wiley & Sons, Inc. (2002). Este último es (casi) enciclopédico. Los cinco hasta aquí mencionados tienen mucho material en común pero también diferencias en lo detallado de su presentación, el tipo de comentarios o la elección y cantidad de los ejemplos.

"*Introduction to the Mathematical Thinking*" tiene cuatro capítulos y un apéndice.

En el primer capítulo explica muy brevemente qué son las matemáticas hoy en día y la diferencia entre el enfoque de las Matemáticas que se aprenden en los cursos pre-universitarios y los más avanzados.

En el segundo explica la necesidad de la precisión en el lenguaje usado por las Matemáticas; define los conectivos lógicos y los cuantificadores y sus tablas de verdad; comenta las diferencias que hay entre el uso de éstos en la vida diaria y el sentido que se les da en Matemáticas. La explicación del porqué se define cómo se define la tabla de verdad de la condicional es brillante. Esta tabla de verdad es un concepto particularmente difícil para los estudiantes cuando lo ven por primera vez.

En el tercero se dedica a presentar los métodos de prueba más importantes. Dedica espacio a la prueba por contradicción a cómo probar condicionales, afirmaciones cuantificadas y, por último, a la Inducción Matemática.

En el último capítulo prueba diferentes teoremas sobre los números enteros, los números reales y las sucesiones. Todos los resultados presentados en este capítulo son claves para poder entender los cursos que los lectores (se supone) deberán cursar posteriormente.

En el apéndice se da un resumen de la teoría de conjuntos (y se prueban varios resultados) que se debe de manejar a nivel universitario.

El libro está escrito con sencillez, sin pedantería, poniéndose del lado del lector aunque sí exige que le dedique tiempo a reflexionar sobre lo que se le presenta; recomienda que se hagan todos los ejercicios. Esto lo hace difícil de leer pero vale la pena. Algunos métodos de demostración se mencionan en los ejercicios y no les presta mucha atención, por ejemplo, el método de probar por contrapuesta o contrapositiva. Aunque sugiere en un ejercicio el método de demostración por casos, pierde la oportunidad de explicar un poco más acerca de este método al menos a través de la propuesta de ejercicios que involucren el valor absoluto de un número (real), concepto que sí define en el capítulo 4. Este último método es difícil para los principiantes, pues no es obvio en la mayoría de las situaciones cómo determinar los casos a considerar.

En algunas de las pruebas que presenta el Dr. Devlin en este libro aparecen comentarios no sólo acerca de la técnica de la prueba sino también de su importancia y la de las ideas presentadas en éstas. Esto último no es frecuente de encontrar en textos matemáticos e incluso para estudiantes avanzados puede ser esclarecedor.

Una advertencia al futuro lector: el cambio de enfoque de las matemáticas (para los matemáticos profesionales) de la destreza en los cálculos a un énfasis en el proceso de la deducción lógica a partir de los conceptos (fundamentales) se lleva a cabo (en su mayor parte) durante el siglo XIX. Ya en el siglo XX, éste es el enfoque prevaleciente en el medio de los matemáticos profesionales; la paradoja de Banach-Tarski que menciona el Dr. Devlin en su libro fue propuesta en un artículo publicado en 1924. El lector podría pensar que esta paradoja detonó el cambio cuando más bien surge como consecuencia de éste.

Para los interesados en conocer más sobre esta transición: el libro de Imre Lakatos "Pruebas y refutaciones" de Alianza Editorial (1986) cuenta (aunque no es su intención primaria) cómo la búsqueda de una demostración correcta de un resultado de L. Euler, publicado en 1758, obligó a los matemáticos a ser más precisos y cuidadosos en su lenguaje e ideas. Con esto se quiere hacer notar que la necesidad de dicha transición se empezó a gestar desde, por lo menos, el siglo XVIII.

Sin embargo, la elección de mencionar la paradoja de Banach-Tarski ejemplifica la postura de los matemáticos actuales: si hay una demostración válida de un resultado, éste es aceptado como verdadero independientemente de cuán contrario a la intuición pudiera parecer.

En la Universidad Tecnológica de la Mixteca, para ayudar a los estudiantes a llevar a cabo exitosamente la transición del nivel preparatoria al universitario, se empezaron desde hace algunos años a programar cursos de Lógica Matemática Elemental en los cursos propedéuticos previos a los del primer semestre del nivel de Licenciatura y Maestría. En estos cursos lo que se busca es enseñar la Lógica necesaria para que un estudiante pueda entender la estructura de los libros de Matemáticas; no para hacer que las Matemáticas se vuelvan obvias o fáciles, sino para que dejen de ser "esotéricas". El libro del Dr. Devlin es aconsejable como un libro de apoyo o de texto para estos cursos. Bien valdría la pena emprender la tarea de traducirlo al español

Dra. Virginia Berrón Lara