Ensayos

Epistemología de la didáctica:

Una lectura en la didáctica de la Matemática

Resumen

Mario Bunge(1) (1985), identifica a la epistemología con la filosofía de la ciencia, entendiéndola como la rama de la filosofía que estudia el conocimiento científico. Otros autores remiten a la Teoría del Conocimiento, cuando se estudia la naturaleza, origen y valor del conocimiento.

Dentro de este marco de referencia nos interesa analizar aspectos referidos a la didáctica de la matemática, tratando de inferir relaciones entre los conocimientos didácticos y su naturaleza, así como también identificar la posible existencia de teorías específicas acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Abstrait

Mario Bunge (1985) identifie l'épistémologie à la philosophie de la science, la considérant comme la branche de la philosophie qui étudie les connaissances scientifiques. D'autres auteurs la renvoient à la théoriedes connaissances, lorsqu'on étudie la nature, origine et valeur des connaissances.

Partant de ces références, nous sommes intéressés à analyser certains aspects en relation à la didactique des mathématiques, en essayant de déduire les rapports entre les connaissances didactiques et leur nature, ainsi que d'identifier l'existence possible de théories spécifiques au sujet des procédés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques.

Abstract

Mario Bunge (1985) identifies epistemology with the philosophy of science, in which he considers it to be the branch of philosophy which studies scientific knowledge. Other authors refer back to the Theory of Knowledge when the nature, origin and value of knowledge is being studied.

Within this frame of reference we are interested in analysing aspects that refer to the teaching of mathematics in order to infer relationships between didactic knowledge and its nature. We also try to identify the possible existence of specific theories about the processes involved in teaching and learning mathematics.

TEMAS DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA vol. 4 número 12 septiembre - diciembre 2000 pp 27 - 34

Lilian Cadoche*
Stella Maris Galvan**

¿Es necesaria una teorización de la didáctica?

La didáctica de la matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la matemática.

Los resultados, en este dominio, son cada vez más numerosos; tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también los tipos de situaciones empleados para enseñarles y, sobre todo, los fenómenos que genera la comunicación del saber. La producción o el mejoramiento de los instrumentos de enseñanza encuentra en estos resultados más que objetivos o instrumentos de evaluación; encuentra aquí un apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión y de análisis, sugerencias y aún dispositivos y métodos.

La didáctica estudia entonces, la comunicación de los saberes y tiende a teorizar su objeto de estudio, pero sólo puede responder a este desafío bajo dos condiciones:

- poner en evidencia, fenómenos específicos, que los conceptos originales que ella propone, parecen explicar.
- indicar los métodos de pruebas específicas que utiliza para ello.

Estas dos condiciones son indispensables para que la didáctica de la matemática pueda conocer de modo científico su objeto de estudio y permitir, en consecuencia, acciones controladas sobre la enseñanza.

Ahora bien, si lo que se espera de la didáctica es que aporte soluciones prácticas a los problemas cotidianos del profesor, **¿es necesario construir una teoría sobre la didáctica ?.**

Wenzelburger (2) (1990), expresa "*... por esto, es necesario construir teorías ya que constituyen una guía para el planteamiento de problemas de investigación y para interpretar los resultados de las mismas*".

Un marco teórico permite sistematizar los conocimientos dentro de una disciplina, lo que constituye un primer paso para conseguir una visión clara de la unidad que pueda existir en nuestras percepciones. La teorización es un requisito para que un área de conocimiento alcance la categoría de científica y pueda desempeñar su papel explicativo y predictivo de fenómenos; puede decirse que la investigación científica significativa está siempre guiada por una teoría, aunque a veces lo sea de un modo implícito.

* *Universidad Nacional del Litoral – Facultad de Ciencias Veterinarias*
** *Universidad Tecnológica Nacional- Facultad Regional Santa Fe.*

"*Gracias a las teorías introducimos orden conceptual en el caos de un mundo confuso e informe, reducimos el cambio a fórmula, suministramos a la historia (que sin teoría correría el riesgo de perderse en la maraña de los datos) instrumentos de extrapolación y explicación y, en definitiva, entendemos y dominamos el mundo aunque sea con un entendimiento y un dominio siempre inseguros y problemáticos*" Mosterín (1987)[3].

La existencia de un Grupo de Trabajo con el nombre de "Teoría de la Educación Matemática" (T.M.E.), constituido en el V Congreso Internacional de Educación Matemática, celebrado en Adelaida (Australia) en 1984, podría indicar que, en este campo, la teoría tiene ya una existencia clara y estabilizada. Sin embargo esto no es así; se pueden encontrar, como en toda disciplina naciente, diversas teorías parciales, inconexas y más o menos dependientes de otras teorías generales de carácter sicopedagógicas. Lo único que si podemos afirmar, sin dubitaciones, es que existe un deseo y una necesidad de que tal teoría sea posible.

La Matemática como objeto de enseñanza

En lo que va del presente siglo y hasta hace poco tiempo, la concepción filosófica dominante sobre la matemática ha sido formalista, que *grosso modo*, nos presenta a esta disciplina como un cuerpo estructurado de conocimiento conformado por los objetos matemáticos, las relaciones entre ellos y los criterios para validar resultados, dentro de un marco axiomático-deductivo. El formalismo exige extirpar el significado de los objetos a fin de trabajar exclusivamente con las *formas* y con las relaciones entre dichos objetos que se derivan de la base axiomática de las teorías .

La actividad matemática producto de esta concepción ha sido sumamente fructífera, baste observar la gran cantidad de resultados surgidos en el presente siglo. Sin embargo, esto mismo no puede decirse de la práctica educativa que se deriva de una concepción formalista de la matemática.

La epistemología de la matemática que domina la "enseñanza tradicional", tiene raíces históricas lejanas, que se remontan a la época de la antigua Grecia.

Para Platón, los objetos matemáticos así como las relaciones entre ellos, tienen una realidad, externa e independiente de quien conoce, en el mundo de las ideas. **Conocer**, para Platón, significa **re-conocer**, trasladar este cuerpo de objetos y relaciones preexistentes en un mundo exterior e implantarlos en el intelecto del individuo. La tesis fundamental de esta postura epistemológica, que podemos llamar ***realismo matemático,*** es la separación explícita entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento.

Este realismo epistemológico es modificado por Aristóteles quien le da un matiz empírico, al trasladar los objetos de la matemática del mundo de las ideas de Platón a la Naturaleza material; **conocer,** en este caso, significa reconocer los objetos matemáticos, mediante procesos de abstracción y generalización, en los objetos corpóreos de la naturaleza.

Ambas concepciones, la idealista de Platón y la empirista de Aristóteles, parten de la premisa fundamental de que los objetos de la matemática y sus relaciones están dados, su existencia no depende del sujeto que conoce, ya que preexisten a él .

Bajo esta concepción, la matemática puede ser vista como un "objeto de enseñanza": el matemático la "descubre" en una realidad externa a él. Una vez descubierto un resultado matemático, es necesario "justificarlo" dentro de una estructura formal y queda listo para ser enseñado. Esta concepción epistemológica, encaja dentro de la posición formulada por el empirismo lógico del siglo veinte, "contexto de descubrimiento/contexto de justificación". El realismo suministra el contexto de descubrimiento, mientras que el formalismo nos da el contexto de justificación.

La transmisión del conocimiento

Considerando que la matemática es un "objeto de enseñanza", este puede transmitirse. Quien posee el conocimiento puede ofrecerlo a quien no lo posee, sin riesgo de que el conocimiento se modifique en el proceso de transmisión.

La tarea del profesor consiste en "inyectar" el conocimiento en la mente del estudiante a través de un discurso adecuado. El estudiante, por su parte, no puede modificar la estructura del discurso, su tarea consiste en decodificarlo.

La didáctica, bajo este punto de vista, busca optimizar la tarea del profesor mediante una especie de combinatoria de contenidos, generalmente apoyada en preceptos universales, como el paso de lo simple a lo complejo, de lo particular a lo general, de lo concreto a lo abstracto, del análisis a la síntesis, poniendo especial énfasis en el contexto de la justificación, como estado superior del conocimiento.

La evaluación del aprendizaje, bajo esta concepción, queda definida de manera clara: los mismos contenidos que el profesor transmite inequívocamente mediante su discurso, serán demandados al estudiante quien deberá responder con un discurso análogo. Aunque se reconocen diferencias entre los estudiantes (de inteligencia, de actitud, de motivación), estas diferencias se borran al solicitar respuestas únicas y universales, centradas principalmente, en el contexto de justificación.

Frente a un formalismo exacerbado en la educación matemática, como el que se dio alrededor de los años cincuenta, han habido reacciones significativas: aquellas que admiten un cierto trabajo heurístico previo a la formalización, en particular en la llamada pedagogía del descubrimiento impulsada, de manera brillante, por Polya (4).

Sin embargo, esta pedagogía no logró escapar de una concepción realista, claramente explicitada en la idea de que la matemática "se descubre", es decir *preexiste en algún lugar*.

La conjunción realismo-formalismo ha dominado la educación matemática durante el presente siglo: subyace a la mayoría de los textos y de los planes de estudio de todos los niveles escolares, a la actividad de muchísimos profesores, a los métodos de evaluación y clasificación y a muchos de los trabajos de investigación educativa . No obstante, los resultados no han sido del todo satisfactorios, el sentimiento de fracaso en profesores y estudiantes parece ir en aumento. Se hace necesario revisar las hipótesis (explícitas e implícitas) sobre las que se apoyan nuestros esfuerzos.

La primera pregunta al ver el esquema tradicional:

	conocimiento	
Profesor	————————	alumno

es : **¿qué es el conocimiento?** .

"Eso" que no ha resultado tan fácil de transmitir quizá se deba a que no es algo que pueda transmitirse, debido a que el profesor no lo tiene "hecho" para consumo de sus alumnos, sino que los alumnos lo construyen. Esta última es la tesis de las epistemologías constructivas.

Un cambio fundamental en las tesis del realismo matemático se presenta con la *Crítica de la razón pura* de **Imanuel Kant** (1724-1804) en donde entra en cuestionamiento la "objetividad" del conocimiento, sin caer en la trampa de la autoconciencia que imponía el racionalismo cartesiano. La tesis Kantiana postula que cuando el sujeto cognoscente se acerca al objeto de conocimiento (sea este material o ideal), lo hace a partir de ciertos supuestos teóricos, de tal manera que el conocimiento es el resultado de un proceso dialéctico entre el sujeto y el objeto, en donde ambos se modifican sucesivamente.

Conocer para Kant, significa **crear** a partir de ciertos supuestos a priori, que permiten al sujeto determinar los objetos en términos del propio conocimiento y no, como suponían los filósofos griegos, el conocimiento en términos de los objetos(5). La concepción epistemológica de Kant sirve como punto de partida, aunque las teorías después difieren sustancialmente, para las reformulaciones constructivistas del presente siglo.

Jean Piaget establece su Epistemología Genética sobre la base de que el conocimiento se construye mediante la actividad del sujeto sobre los objetos. Los objetos matemáticos ya no habitan en un mundo eterno y externo a quien conoce, sino que son producidos, construidos, por él mismo en un proceso continuo de asimilaciones y acomodaciones que ocurre en sus estructuras cognoscitivas.

Para Piaget (y, en esencia, para todos los constructivistas), el sujeto se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten "ver" al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, la que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones, acomodaciones, en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al sujeto lo "ve" de manera distinta a como lo había visto originalmente y es otra la información que ahora le resulta relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto.

De una forma u otra, el propósito de todas las epistemologías ha sido el análisis de las relaciones entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento, y la forma en que se genera el conocimiento mediante tal interacción.

El modelo de enseñanza tradicional, soportada por el realismo matemático, que hemos descrito anteriormente, privilegia el objeto de conocimiento y concede un papel pasivo al sujeto. En la perspectiva constructivista, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial: no hay "objeto de enseñanza" sino "objeto de aprendizaje".

La construcción del conocimiento

Diversos estudios relativos a la forma en que los estudiantes resuelven problemas matemáticos, han llevado a la explicación, de corte constructivista, de que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo (un esquema) a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones.

El "conocimiento" matemático, para la epistemología genética, es resultado de esta reflexión sobre acciones interiorizadas (abstracción reflexiva). La matemática no es un cuerpo codificado de conocimientos (así como la lengua no es el texto de su enseñanza) sino, esencialmente, una actividad.

El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. Conocer es actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y así formar una comunidad. En esta interacción, de naturaleza social, un rol fundamental lo juega la negociación de significados.

Una tesis fundamental de la teoría piagetiana es que todo acto intelectual se construye progresivamente a partir de estructuras cognoscitivas anteriores y más primitivas. La tarea del educador, en este marco de referencia, consistirá en diseñar y presentar situaciones que, apelando a las estructuras anteriores que el estudiante dispone, le permitan asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él. El siguiente paso consistirá en socializar estos significados personales a través de una negociación con otros estudiantes, con el profesor, con los textos.

Al poner el énfasis en la actividad del estudiantes, una didáctica basada en las teorías constructivistas exige también una mayor actividad de parte del educador. Esta ya no se limita a tomar conocimiento de un texto y exponerlo en un aula, o en un apunte, o en consultas personales, con mayor o menor habilidad.

La actividad demandada por esta concepción es menos rutinaria, en ocasiones impredecible, y exige del educador una constante creatividad.(6)

Temporalidad y viabilidad del conocimiento

Si la matemática fuera un cuerpo codificado de conocimientos , y por lo tanto, un "objeto de enseñanza", entonces la matemática estaría compuesta de verdades atemporales y la historia daría cuenta de ello.

No hay duda de que las ciencias naturales han evolucionado y que, con tal evolución, ha ocurrido un cambio en sus normatividades, es decir en la forma en que se conciben y validan los resultados. Ejemplos de esta evolución son la revolución copernicana, la revolución darwiniana del siglo diecinueve y, en el siglo veinte, las revoluciones relativista y cuántica. La pregunta que nos interesa contestar es si no ha habido un cambio equivalente en la matemática.

Hermann Hankel, matemático notable del siglo diecinueve, dijo en una ocasión que en la mayoría de las ciencias, una generación deshace lo que hizo la generación precedente, y que sólo en matemática cada generación construye una nueva historia sobre la vieja estructura.(7)

La epistemología genética, mediante su método histórico crítico (que considera a la historia como un "laboratorio epistemológico" en el que se ratifican o rectifican ciertas hipótesis) invalida, parcialmente, este punto de vista y muestra que hay cambios en el desarrollo de la matemática que no corresponden a una mera acumulación de nuevos "descubrimientos". Como resultado de estos cambios, la colectividad matemática, vista como sujeto cognoscente, crea en su actividad una nueva semántica, una nueva manera de "ver" a los objetos y a la misma disciplina .

Tomemos, por ejemplo, la axiomatización de la geometría euclideana en la Grecia antigua. Tal axiomatización transformó la actividad matemática empírica, tal y como se realizaba en Egipto y Mesopotamia, en una actividad **teórica**. Los resultados geométricos y aritméticos encontrados a partir de múltiples observaciones, mediciones y sistematizaciones de ensayos y errores por egipcios y babilonios, fueron concebidos por los griegos, como conceptos abstractos, cuyo tratamiento requería un marco metodológico y conceptual diferente.

Asimismo, la creación (no el descubrimiento) de las geometrías no euclideanas y de las álgebras no conmutativas durante el siglo diecinueve, transformó la actividad matemática en una actividad sobre **lo posible** ya no sobre **lo necesario** .

Es decir, la idea (predominante en un momento dado) de que existe un único modelo matemático para describir una realidad física única, se desplomó ante la evidencia de ciertos modelos, igualmente coherentes y válidos dentro de la estructura de la matemática, que no parecían describir al mundo físico. El modelo tradicional abandonó su carácter de necesidad y se concibió sólo como **uno** de los modelos entre otros posibles.

De acuerdo a la interpretación constructivista, todo esto permite cambiar las concepciones de la colectividad (sujeto cognoscente) sobre la disciplina: la matemática se reconoce como una actividad esencialmente abstracta, en donde la abstracción reflexiva es el eje de la actividad, y la interiorización de las acciones es su punto de partida.

Estos ejemplos tomados de la historia nos llevan a sostener que el conocimiento matemático es siempre contextual. Como actividad de una sociedad, la matemática no puede desprenderse de su condicionamiento histórico.

Consideremos, para reforzar esta idea, la evolución histórica de la noción de axioma o postulado. Esta noción, asociada a las formas de "ver", a la normatividad de la disciplina, ha experimentado cambios a lo largo de la historia. En la matemática euclideana, un postulado expresa una **verdad** evidente por sí misma. Subrayamos "verdad" para hacer notar el contenido semántico de la axiomática griega, por oposición al sistema hilbertiano en donde los postulados no se refieren a verdades sino a relaciones entre los conceptos involucrados.

El desalojo del contenido semántico de un sistema axiomático, fue resultado de un larguísimo proceso de análisis sobre la axiomática euclideana, que muestra claramente el cambio en la normatividad que subyace a la propia evolución de la disciplina.

De este desarrollo de la matemática se desprende que el conocimiento matemático no necesariamente es "verdadero"; más bien diremos que es **viable** en el sentido que "cuadra" con la experiencia. Aclaremos esto con un ejemplo: los esquemas que una persona desarrolla para conducir un automóvil pueden ser diferentes a los desarrollados por otra persona. No tiene sentido considerar que unos son más "verdaderos" que los otros. Sólo tiene sentido preguntarse cuáles esquemas de conducción son más adecuados a las condiciones de manejo a las que esas personas se ven enfrentadas. Diremos entonces que cierta forma de conducción es más viable que la otra, que una persona ha construido una forma de conducción viable, en relación a su propia experiencia.

La concepción educativa enraizada en las modalidades del formalismo matemático a que hemos aludido, no sólo concibe al conocimiento matemático como un cuerpo de conocimientos que anteceden al estudiante, sino que, además, traslada la normatividad de la matemática al proceso de evaluación del aprendizaje. El estudiante debe asimilar el conocimiento que se le transmite y simultáneamente, debe desarrollar un comportamiento cognoscitivo acorde con la normatividad de la disciplina matemática.

Este grado de exigencia olvida que la normatividad de una ciencia es consustancial al proceso histórico de su desarrollo. La temporalidad de las "verdades" matemáticas vienen en apoyo a esta posición. Los criterios normativos no le pueden ser impuestos desde fuera a una ciencia. El riesgo de hacerlo, en didáctica, consiste en imponer un proceso lógico, la justificación, a un proceso cognoscitivo, la construcción del conocimiento matemático. Este último tiene su propia lógica.

La construcción del significado

El núcleo de la actividad constructiva por parte del estudiante, consiste en construir significados asociados a su propia experiencia, incluyendo su experiencia lingüística. La socialización de este proceso consiste en la negociación de tales significados en una comunidad, el salón de clase, que ha hecho suyo este proceso constructivo.

La sensación de objetividad que se desprende del proceso negociador, induce a la creencia que este conocimiento compartido, preexiste a la comunidad que lo construye. Es necesario analizar con cuidado las relaciones entre matemática y lenguaje, puesto que este se presenta, muchas veces como un campo de experimentación para el estudiante.

Para el constructivismo, es importante distinguir entre "concepciones" y "conceptos". Estos términos se emplean con un sentido próximo a lo que Freudenthal denomina "objetos formales" y "objetos mentales"(8).

La experiencia del estudiante, su punto de partida, es una red de información, de imágenes, de relaciones, anticipaciones e inferencias alrededor de una idea. Este complejo cognoscitivo es lo que llamamos su *concepción*. El trabajo del estudiante consiste entonces, en extraer de tal concepción relaciones y patrones: un conjunto coordinado de acciones y esquemas que conducen al conocimiento viable, a los conceptos y a la generación de algoritmos.

El proceso de construcción de significados es gradual, pues el concepto queda, por así decirlo, "atrapado" en una red de significaciones.

A lo largo del proceso constructivo, que es permanente, el estudiante encuentra situaciones que cuestionan el "estado" actual de su conocimiento y le obligan a un proceso de reorganización; con frecuencia el estudiante se ve obligado a rechazar por inviable mucho de lo que ya había construido.

Durante el proceso de construcción de significados, el estudiante se ve forzado a recurrir a nociones más primitivas que expliquen la situación que estudia. Esta no es una búsqueda conciente de esquemas lógicos, sino, más bien, está tratando de encontrar el sentido de aquello a lo que se ve enfrentado.

Esta búsqueda del sentido es una necesidad cognoscitiva, porque la matemática se desarrolla en un escenario ideal. Los términos "conjunto", "funciones", etc., corresponden a experiencias mentales. Es imposible en este punto, dejar de reconocer el papel central de la abstracción reflexiva, como el mecanismo que da lugar a las experiencias del mundo matemático.

Las ciencias naturales dan cuenta de fenómenos que se observan en el mundo material; la matemática, por su parte, da cuenta de la estructura de un mundo ideal, cuya "materia prima" son las acciones interiorizadas del sujeto. Es necesario el empleo de un lenguaje formal para hablar de este mundo ideal.

En la versión de la didáctica derivada del formalismo, existe la tendencia a identificar los objetos de la matemática (que son objetos epistémicos pues ellos constituyen nuestro saber) con los nombres que usamos para referirnos a tales objetos en la lengua formal. De este modo, la realidad epistémica queda oculta; pero la necesidad de construir el sentido la trae de vuelta. Es preciso aprovechar esta situación ineludible.

Concreción y representación

Tomando en cuenta que el lenguaje natural y los lenguajes formales son parte de la experiencia del sujeto, el sujeto posee un impulso simbólico, cabe la pregunta ¿En qué sentido son abstractos los objetos matemáticos?

Mediante el lenguaje formal se opera un cambio en el plano de representación que, en primera instancia, permite explicar que las acciones, que en el plano material se realizan con objetos concretos, en el plano ideal se realizan con símbolos. Parece desprenderse de aquí un criterio sobre el grado de abstracción de los objetos de la matemática: la abstracción es resultado de un cambio en el nivel de representación.

Los objetos de la matemática se manipulan a nivel de lo simbólico. Estas acciones a nivel simbólico permiten generar una red de relaciones entre diversos objetos. Mediante el paso a un nuevo nivel de representación, esto se lleva hasta las estructuras mismas por las vía de la organización de las acciones interobjetales. Las sucesivas fases en el tránsito de lo concreto a lo abstracto, van sustancialmente vinculadas a las posibilidades de generar relaciones y estructuras a partir de la operación de los objetos matemáticos.

A medida que operamos tales objetos, crece la red de significaciones que los vincula y con ello, el grado de objetividad con el que aparecen en nuestras estructuras cognoscitivas, transformándose en más concretos. Por ello, los criterios que refieran el grado de concreción de una idea, de un referente conceptual, al número de objetos materiales que podamos asociarle, sin tomar en cuenta la actividad operatoria, son insuficientes.

Este es el punto de vista de la didáctica a la que subyace una "ontología realista" que pretende que los objetos matemáticos existen en sí; que se trata de ir descubriendo sus características hasta que el estudiante los "capte en su verdadera naturaleza", la abstracta, desvinculada de lo real. Es preciso insistir, sobre lo equívoco de este enfoque.

Es preciso reconocer la naturaleza dual, simbólica y operatoria que hace concretos a los objetos matemáticos y que es la que permite la actividad básica del estudiante: utilizar los diversos niveles de representación para la construcción del sentido

Referencias

1.- BUNGE, M.
1985 *Epistemología* - Edit. Ariel (Barcelona, España).

2.- WENZELBURGER, E.
1990 *Teoría e Investigación en Educación Matemática* (México)

3.- MOSTERÍN, J.
1987 *Conceptos y teorías en la ciencia* - Edit. Alianza (Madrid, España)

4.- POLYA, G.
1962 Ver por ejemplo : *Mathematical Discovery*, Edit. Wiley, (EE.UU.)

5.- "Entendieron ...que la razón sólo reconoce lo que
1978 ella misma produce según su bosquejo, que la razón tiene que anticiparse con los principios de sus juicios de acuerdo a leyes constantes y que tiene que obligar a la naturaleza a responder sus preguntas ...De lo contrario, las observaciones fortuitas y realizadas sin un plan previo no van ligadas a ninguna ley necesaria, ley que, de todos modos, la razón busca y necesita . La razón debe abordar la naturaleza llevando en una mano los principios según los cuales sólo pueden considerarse como leyes los fenómenos concordantes, y en la otra, el experimento que ella haya proyectado a la luz de tales principios..." Prólogo de la segunda edición de la obra de I. KANT, *Crítica de la razón pura* , Ediciones Alfaguara, 1978 (Madrid, España)

6.- Un interesante aporte a esta concepción la aporta
1973 HANS AEBLI en su libro *Una didáctica fundada en la sicología* de JEAN PIAGET, Edit. Kapelusz, (Buenos Aires)

7.- Citado por GRABINER, J.V. en Is Mathematical truth
1984 time dependent? *American Mathematical Monthly* Nro. 81.

8.FREUDENTHAL, H.
1983 *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures,* (Holanda).