

Ensayos

Modelo matemático del hidromotor de pistones radiales

Resumen

Se analiza al hidromotor de pistones radiales como un ente hidromecánico. Para definir los parámetros hidráulicos: gastos, fugas, caídas de presiones y otros, se realiza una analogía entre un hidromotor y un sistema de tuberías complejas. Para establecer los parámetros mecánicos: posiciones, velocidades, aceleraciones, fuerzas, momentos y otros. Se parte de la demostración de que el hidromotor puede ser analizado como un mecanismo biela manivela múltiple. El modelo permite calcular los parámetros de salida y entrada del hidromotor: presión y gasto del fluido a suministrarle, torque y velocidad en el árbol. Eficiencia mecánica y volumétrica, así como cuantificar algunos fenómenos internos y calcular la geometría de algún elemento.

Abstract

The radial piston hydrometer is analyzed as a hydro mechanical entity. In order to define hydraulic parameters such as costs, leaking, pressure drops etc., an analogy is made between a hydromotor and a complex pipe system. To establish mechanical parameters – positions, velocities, accelerations, forces, momentums, etc. – we start by demonstrating that the hydromotor can be analyzed as a multiple handle rod mechanism. By using this model, the entrance and exit parameters of the hydromotor can be calculated: fluid pressure and consumption to be supplied, torque and velocity in the shaft, mechanical and volumetric efficiency, as well as quantifying some internal phenomena and calculating the geometry of an element.

Abstrait

On analyse l'hydromoteur à pistons radiaux comme un sujet hydromécannique. Pour définir les paramètres hydrauliques: usure, fuites, chutes de pression et autres, nous réalisons une analogie entre un hydromoteur et un système de tuyaux complexes. Pour établir les paramètres mécaniques: positions, vitesses, accélérations, forces, temps et autres, nous démontrons que l'hydromoteur peut être analysé comme un mécanisme bielle manivelle multiple. Le modèle permet de calculer les paramètres de sortie et d'entrée de l'hydromoteur: pression et usure du fluide à sous-ministrer, collier et vitesse dans l'arbre, l'efficacité mécanique et de volume, ainsi que la quantification de quelques phénomènes internes et le calcul de la géométrie d'un élément.

Morejón Vizcaino*

Palabras claves

Modelo matemático, Hidromotores, Teoría de máquinas y mecanismo, Hidráulica, Simulación.

Desarrollo

Los hidromotores de pistones radiales (HPR), para modelarlo se realiza una analogía entre un HPR y un sistema de tuberías complejas como se representa en la figura 1.

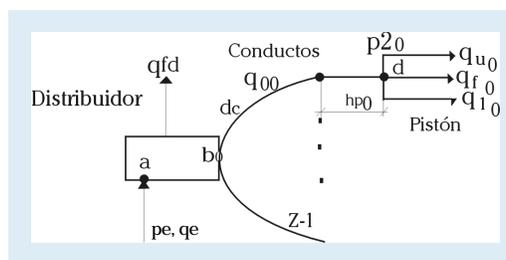


FIGURA 1. ANALOGÍA ENTRE UN HPR Y UN SISTEMA DE TUBERÍAS.

* Departamento Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior José Antonio Echeverría, Ciudad Habana, Cuba.

Donde:

q_{fi} - Gasto de fugas por la holgura entre pistón y cilindro en el i-ésimo pistón

q_{li} - Gasto de lubricación (Para el cojinete hidrostática entre biela y excéntrica) en el i-ésimo pistón

q_{ui} - Gasto útil en el i-ésimo pistón

q_{oi} - Gasto total en el i-ésimo pistón

q_{fd} - Gasto de fuga en el distribuidor

q_e - Gasto en la entrada

p_e - Presión en la entrada

p_{2i} - Presión en la cabeza del i-ésimo pistón

d_c - Diámetro del conducto de alimentación

d_p - Diámetro del pistón

l_p - Desplazamiento del pistón

Analizando el sistema de tuberías se obtienen las siguientes expresiones:

$$q_{oi} = q_{fi} + q_{li} + q_{ui} \quad (1)$$

$$q_e = \sum_{i=0}^{Z-1} q_{oi} + q_{FD} \quad (2)$$

$$p_{2i} = -Dp_{ab} - Dp_{bci} - Dp_{cdi} \quad (3)$$

En [6] se da la expresión 4 para determinar el gasto útil. En [3] se da la expresión 5 para calcular el gasto de lubricación. Aplicando la Ley de Poiseville se deduce la expresión 6 para calcular el gasto de fuga qF y con la expresión 7 se calcula el gasto de la fuga en el distribuidor (qFD)

$$q_{ui} = 4,93 \times 10^{-6} dp^2 e_{nhi} \quad [l/min] \quad (4)$$

$$q_{li} = 3,96 \times 10^{-2} p_e \cdot j bdp \frac{he^3}{A_{ng \text{ Cont}} r r} \quad [l/min] \quad (5)$$

$$q_{fi} = 2,35 \times 10^{-3} p_e \text{ holg}^3 \frac{dp}{r r h p} \quad [l/min] \quad (6)$$

$$q_{fd} = Kh_{dis} \cdot q_e \quad (7)$$

donde:

e - excentricidad [mm]

n - velocidad de rotación del árbol [min⁻¹]

h_i - coeficiente de volumen del pistón i-ésimo

$j bdp$ - relación entre el ancho de la excéntrica y el dp

he - espesor de la capa de lubricante [μm]

$A_{ng \text{ Cont}}$ - Semi ángulo de contacto del pie de biela y excéntrica [rad]

ν - viscosidad cinemática del lubricante [mm²/s]

r - densidad másica del lubricante [kg/m³]

$holg$ - holgura efectiva entre pistón y cilindro [μm]

hp - altura del pistón

Kh_{dis} - coeficiente de hermeticidad del distribuidor
Según [6] el coeficiente de volumen y el ángulo de posición se calculan por las expresiones 8 y 9.

$$h_{ai} = \text{sen } j_{a,i} + \frac{1}{21} \text{sen } 2 j_{a,i} \quad (8)$$

$$j_{a,i} = j_a + i \frac{360^\circ}{z} \quad (9)$$

donde:

j_a - ángulo de giro del árbol en la posición A

Esto significa que para cada posición A del árbol cada pistón tiene un h y j diferentes y de estos parámetros depende la casi totalidad de los parámetros calculados.

Auxiliado por la equivalencia entre un hidromotor y un mecanismo biela-manivela múltiple demostrado en [2] calculamos los restantes parámetros.

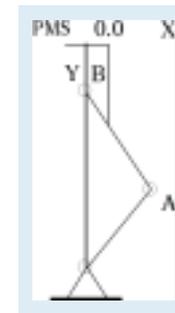


FIGURA 2. PUNTOS A Y B

Las expresiones para calcular los parámetros cinemáticos necesarios se demuestran en [6] y se dan a continuación:

$$\text{Pos Bx} = e \left(1 + \frac{1}{41} - \cos(j_{a,i}) - \frac{1}{41} \cos(2 \cdot j_{a,i}) \right) \quad (10)$$

$$\text{Pos Ax} = e \left((1 + 1) - \cos j_a \right) \quad (11)$$

$$\text{Pos Ay} = e \text{sen } j_{a,i} \quad (12)$$

$$V_B = 1,05 \times 10^{-5} e n h \quad (13)$$

$$A_B = 1,09 \times 10^{-5} e n^2 \left(\cos j_{a,i} + \frac{1}{1} \cos 2 j_{a,i} \right) \quad (14)$$

Donde:

Pos Bx, Pos Ax, Pos Ay - Posición de los puntos A y B con respecto a los sistemas de referencia colocado en el punto muerto superior de cada pistón [mm]

V_B - Velocidad del punto B [m/s]

A_B - Aceleración del punto B [m/s²]

Las caídas de presiones para cada pistón en cada posición del árbol se puede calcular por las expresiones siguientes, a las cuales se arribaron sustituyendo las condiciones del hidromotor en la expresión dada por [7] y haciendo las siguientes suposiciones: que la aceleración del fluido es la misma que la del pistón y que la longitud de los conductos es aproximadamente 6 veces el diámetro del pistón.

$$Dp_{bc} = 10^{-5} r [1,66 \times 10^7 \frac{q^0}{dc^4} [3,66 \times 10^{-7} dpn + 6,75 \times 10^{-5} q_0] + 6 \times 10^{-3} \frac{a_B dp^3}{dc^2}] \quad (15)$$

$$Dp_{pcd} = 10^{-5} r [1,66 \times 10^7 \frac{q^0}{dp^4} [7,73 \times 10^{-8} \cdot \text{Pos Bx.n} + 4,05 \times 10^{-5} q_0] + 10^{-3} A_B \text{ PosBx}] \quad (16)$$

$$Dp_{pab} = peK_{dist} \quad (17)$$

El momento que entrega el árbol es la sumatoria del momento que entrega cada pistón, por lo tanto:

$$Mta = \sum_{i=0}^{Z=1} Mt_{a,i} \quad (18)$$

$$Mt_{a,i} = Fr_{a,i} \cdot e \cdot h_{a,i} \quad (19)$$

En (7) tiene que: Fp fuerza presión, Fi fuerza de inercia, Fpc fuerza entre el pistón y el cilindro, Ff fuerza de fricción, FR fuerza resultante en Newton.

$$FR = \frac{7,85 \times 10^{-2} l \cdot dp^2 p^2 - m_B a_B}{1 - ftg\alpha} \quad (20)$$

$$Ff = fFr \text{ tg}\alpha \quad (21)$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{Pos Ay}}{\text{Pos Ax} - \text{Pos Bx}} \quad (22)$$

$$Nfp = Ff \cdot VB \cdot 10^{-3} \text{ [kW]} \quad (23)$$

donde:

m_B - masa en el punto B [kg]

f - coeficiente de fricción reducido

Nfp - Potencia perdida por fricción en el pistón enésimo

La potencia que se le entrega al motor y la que él entrega En y Ns respectivamente, se calculan por las expresiones siguientes:

$$Ne = 1,66 \times 10^{-3} pe \text{ qe [kW]} \quad (24)$$

$$Ns = \frac{Mt \cdot n}{9549} \text{ [kW]} \quad (25)$$

La eficiencia total del motor se puede calcular

$$\eta = \frac{Ns}{Ne} \quad (26)$$

Un parámetro muy importante del hidromotor es la cilindrada o desplazamiento que se calcula por la expresión 24.

$$V = 1,57 \times 10^{-3} dp^2 e Z \text{ [cm}^3] \quad (27)$$

El diámetro de los conductos de alimentación se calcula por 28.

$$dc = \sqrt[3]{\frac{4q_{umax}}{\rho V_{rec}}} \text{ [mm]} \quad (28)$$

donde:

V_{rec} - Velocidad recomendada

Las anteriores 28 relaciones que involucran 41 variables conforman el modelo matemático de un HPR. Este modelo puede ser utilizado para resolver problemas de optimización, simulación y diseño. Sobre este modelo fue planteado un problema de simulación donde entre otras variables de entrada se dieron pe , n , Z , V , dp , kh_{dist} y K_{dist} , y como variables de salida se piden: e , dc , fugas, Mti , Mt y qe en cada posición y los valores medio que son los parámetros del motor y además se pide la eficiencia. Para establecer el algoritmo se trazan los gráficos bicromáticos del modelo, del problema y del pareo según se explica [5]. Este algoritmo fue programado sobre Borland Pascal versión 7 y los resultados de una corrida fueron comparados con monogramas de [9] y el margen de discrepancia es aceptable, esto demuestra la validez del modelo.

Conclusiones

- El modelo matemático describe el comportamiento de máquinas de pistones radiales, tipo estrella, por lo que puede ser usado por hidromotores y bombas.
- El modelo puede ser usado para resolver problemas de simulación, optimización y diseño.
- Para igual presión y gasto en la entrada, al aumentar el número de pistones aumenta el torque y disminuye la velocidad angular.

- Cuando aumenta la velocidad (v) disminuyen las pérdidas por fricción en el cilindro

Referencias

1. BARÁNOR G.
1979 "Curso de la Teoría de mecanismos y máquinas". Editorial Mir, Moscú.
2. GARCIA. S.
1995 "Análisis cinemático y de fuerzas en hidromotor de pistones radiales". Tesis de grado Facultad Ingeniería Mecánica, ISPJAE.
3. LETAMENDI, O.
1993 "Análisis de los cojinetes hidrostáticos en los hidromotores de pistones radiales Tesis de grado, Facultad de Ingeniería Mecánica, ISPJAE.
4. KARASSY B.
1975 "Manual de Bombas" Editorial Continental México D.F
5. MARTÍNEZ ESCANAVERINO, J.
Algoritmia del diseño mecánico. En: Memorias del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica.
6. MOREJÓN VIZCAÍNO G.
1992 "Análisis Cinemático y Dinámico de hidromotores de pistones radiales" VII Conferencia Científica de Ingeniería y Arquitectura, ISPJAE.
7. MOREJÓN VIZCAÍNO, G.
1997 "Cálculo de transmisión eolohidráulica" Folleto Docente. Impreso en Gesta (Escuela de Cuadros del SIME).
8. NEKRASOV, B.
1997 "Hidráulica". Pueblo y Educación. La Habana.
9. MANNESMANN REXROTH
"Catálogo Motor hidráulico" (a pistones radiales) RS 15 228/09.91