Una experiencia didáctica para estudiar funciones escalares

Lilian Cadoche*
Adriana Engler**
Silvia Vrancken***

Resumen

En la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la matemática juega un rol muy importante el estudio de funciones para la resolución de problemas.

Durante el dictado del tema funciones escalares en la carrera de Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral (Santa Fe, Argentina), implementamos un modelo de enseñanza dinámico que incorpora el recurso informático como motivador del aprendizaje.

Diseñamos una guía de estudio sobre el tema Transformaciones de las funciones escalares *apoyados por el graficador matemático* "Funciones para Windows 2.0". *Nuestro propósito fue generar un material de trabajo creativo, que ofrezca al educando la posibilidad de dirigir su aprendizaje, con libertad para opinar, equivocarse, ensayar distintas formas de trabajo, etc.*

Durante el proceso de interacción con los alumnos, realizamos evaluaciones del cambio actitudinal logrado con esta metodología de trabajo. Los resultados arrojan buenos indicadores respecto de la eficacia del intento educativo.

Abstrait

L'étude des fonctions pour résoudre des problèmes joue un role principal dans le domaine problématique de l'enseignement et d'étude des mathématiques

Pendant le cours sur les scalaires fonctions pour l'Agronomie Ingénierie dans l'Université del Litoral (Santa Fe, Argentine), utilisons un modèle dynamique d'enseignement que incorpore les ressources de l'ordinateur pour motiver l'apprentissage.

Nous avons conçu un guide d'etude sur le sujet des transformations des fonctions scalaires en utilisant le générateur mathématique de graphique appelé les "Fonctions scalaires pour les Windows 2.0". *Notre but était de produire le matériel créatif de travail qui doit permettre l'étudiant de projeter son apprentissage avec liberté pour exprimer sus opinions, faire les erreurs, essayer les differents types de travail, etc.*

Pendant le processus d'interraction avec les étudiants, nous avons effectué des evaluations des changements attitudinaux réalisés par l'utilisation de cette méthodologie Les résultats donnent les signes positives de l'efficacité de cette expérience éducative.

Abstract

The study of functions for solving problems plays a key role within the problematic area of teaching and learning mathematics.

During the course on Scalar Functions for Agronomy Engineering in the Universidad Nacional del Litoral (Santa Fe, Argentina) we use a dynamic teaching model which incorporates computer resources to motivate learning.

We designed a study guide on the topic of Tranformations of Scalar Functions using the mathematical graph maker called "Functions for Windows 2.0". *Our goal was to generate creative working material which would enable the learner to plan his/her learning, with freedom to express opinions, make mistakes, try out different types of work, etc.*

During the interaction process with the students we carried out evaluations of attitudinal changes achieved through the use of this methodology. The results give positive signs of the effectiveness of this educational experiment.

Introducción

La formación de un profesional capaz de desempeñarse teniendo en cuenta los requerimientos de la sociedad actual, debe contemplar la posibilidad de que domine las bases del conocimiento científico y el desarrollo de habilidades que le permitan renovar, corregir e incrementar su bagaje científico y profesional. Para que ese profesional pueda dar respuestas su dominio de las matemáticas, el conocimiento de métodos y procedimientos de selección y la utilización de modelos matemáticos adecuados le son imprescindibles.

La enseñanza de las matemáticas a un futuro ingeniero debe contribuir a que el estudiante se desarrolle y logre la formación de un pensamiento productivo, creador y científico, sin embargo, la asignatura resulta actualmente una barrera difícil de vencer para los estudiantes

* *Licenciada en Matemática Aplicada. Profesora titular de la facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Nacional del Litoral, de Santa Fe, Argentina.*
** *Licenciada en Matemática Aplicada. Profesora titular de Matemática de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina.*
*** *Profesora de Matemática. Jefe de Trabajos Prácticos con varios años de antigüedad en la docencia.*

que la tienen incorporada en el primer año de su carrera universitaria. Representa un problema y a su alrededor se genera mucho temor producto de numerosos fracasos, incomprensión de lo que se estudió, por no encontrar su utilidad y de los rendimientos relativamente bajos, entre otros. Muchos son los inconvenientes ligados a su aprendizaje, pero resulta complicado entender por qué cuesta tanto obtener logros pensando que resulta necesaria para la vida de todos los días.

Pretendemos que nuestros alumnos logren desarrollar hábitos mentales que les permitan ser protagonistas del aprendizaje y que redescubran los conocimientos que poseen y adquieran otros, a fin de aumentar sus habilidades matemáticas. Deben aprender a pensar matemáticamente y ser capaces de establecer modelos matemáticos de situaciones no matemáticas. En este aspecto, la motivación debe lograrse para que se vean satisfechas tanto sus expectativas, como las nuestras.

Enseñanza y aprendizaje de funciones escalares

En la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la matemática juega un rol muy importante la resolución de problemas y, en relación con esto, tiene un papel de relevancia el estudio de funciones.

La noción de función surge con fuerza en el campo de la ciencia y en la aplicación de la matemática al estudio y resolución de problemas concretos en biología, administración, economía y ciencias sociales.

Existen una serie de funciones que por su sencillez, su relevancia en matemática y su aplicabilidad en otras ciencias resultan de gran importancia y se hace necesario observar y analizar sus gráficas, describirlas, relacionarlas con sus expresiones analíticas, indagar su comportamiento en puntos especiales y sacar conclusiones respecto a transformaciones.

Durante el dictado del tema funciones escalares en 1997, en la asignatura Matemática I implementamos, como en los diferentes contenidos del programa, un modelo de enseñanza no esquemático ni rígido, sino totalmente dinámico de manera que los alumnos logren confianza en sí mismos, se sientan apoyados y tomen conciencia de que lo que aprenden no termina, sino que todos los conocimientos adquiridos resultan el punto de partida de muchas situaciones nuevas que necesitan de la imaginación y dedicación. Las distintas actividades ocuparon todos los días.

Diagrama de tareas

Día lunes: Clase teórica

En las clases teóricas se desarrollaron y profundizaron los contenidos y sus relaciones con otras unidades de aprendizaje. Los conceptos teóricos se construyeron a través del planteo de situaciones problemáticas. Desde el punto de vista metodológico, las clases se expusieron en la modalidad teórico-práctica.

Día martes, miércoles o jueves (según comisión): Clase práctica

En las clases prácticas, los alumnos trabajaron con guías que incluyen problemas de aplicación y que se organizan de acuerdo a la siguiente distribución:

- Funciones escalares
- Gráfica de las funciones según distintas transformaciones
- Función de primer grado
- Función cuadrática
- Funciones polinomiales
- Funciones trascendentes: exponencial, logarítmica y logística
- Funciones trigonométricas

Día jueves o viernes: Clase de seminario-taller

En las clases seminario-taller se realizaron diferentes actividades, a fin de favorecer la relación entre la teoría y la práctica.

Encuesta de opinión

Durante este primer semestre notamos dificultades en los alumnos para comprender y aplicar estos conocimientos. Por eso, una vez finalizado el dictado del tema completo y continuando con nuestro objetivo de analizar la situación actual para poder efectuar innovaciones y/o correcciones al método de trabajo empleado, los alumnos contestaron una encuesta que pretendía averiguar qué aspectos del tema les ocasionaron mayor dificultad, por qué, si los pudieron superar y cómo. El texto de la encuesta se muestra a continuación:

Encuesta para analizar la comprensión del tema funciones escalares

1- ¿Cuál de los siguientes contenidos desarrollados te costó más aprender? (*marca con una cruz*)
Funciones escalares (clasificación según operaciones que afectan a la variable, par, impar, creciente, decreciente, periódica)
Gráfica de funciones según distintas transformaciones
Funciones algebraicas especiales (constante, identidad, valor absoluto, de proporcionalidad inversa)
Función de primer grado
Función cuadrática
Función exponencial
Función logarítmica
Función logística
Funciones trigonométricas
Escalas y ajuste de funciones
Aplicación de funciones a la resolución de problemas
Otros: ______________________________

2- ¿Por qué crees que te costó más? (*puedes elegir más de una opción*)
Tuve poco tiempo para estudiarlo
No consulté bibliografía ampliatoria
No entendí al profesor
No lo pude relacionar con otros temas conocidos
No le encuentro utilidad
Resolví pocos ejercicios
El profesor lo explicó mal
Estuve ausente durante el desarrollo del mismo
La explicación de los profesores fue insuficiente
El libro trata el tema en forma muy compleja
Otro motivo (*explica*) ____________________

3- ¿Crees que, finalmente, aprendiste algunos temas?
SÍ NO

4- ¿Cuáles? (menciona dos temas si es posible)

5- ¿Por qué te parece que se produjo ese aprendizaje?
Me lo explicaron bien en la clase de teoría
Tuve mucha voluntad
Me lo explicaron bien en clase de práctica
Me lo aclararon bien cuando vine a consulta
Me lo explicaron bien en la clase de taller
Lo estudié con un amigo
En el libro estaba claro
Lo relacioné con temas que ya conocía
Hice muchos ejercicios
Consulté varios libros
Escribe tu motivo si no está en esta lista __________

6- ¿Qué te hubiera ayudado a entender mejor el tema funciones escalares?
Más ejercitación en clase
Más ejercitación en casa
Estudiar con un compañero
Mejor bibliografía
Más exigencias de los profesores
Grupos de trabajo más reducidos
Organización de otras actividades
Planteo de más cantidad de problemas
Trabajar con computadora
Otros (*explica*) _________________________

Algunos resultados

Se trabajó con un total de 132 alumnos encuestados (el 92% de la población total) y los resultados obtenidos dan buenas pistas respecto de dónde se encuentran las mayores dificultades y de qué manera ayudar a una mejor comprensión.

Entre las respuestas obtenidas mencionemos que:

- A la pregunta referida a los contenidos de mayor dificultad, al 46% de los alumnos le costó aplicar el concepto de función para la resolución de problemas y a porcentajes del 33% y 34% hallaron dificultades para entender las funciones trigonométricas y las logísticas.
- Con respecto a las razones por las cuales los alumnos tuvieron dificultades, un 35% reconoce que la falta de tiempo es un factor determinante para esto, mientras que el no haber consultado bibliografía o haber hecho pocos ejercicios es reconocido por el 26% y el 24%, respectivamente.
- 122 alumnos reconocen que algo aprendieron (92%)
- Un 53% de los alumnos encuestados atribuye sus logros a las buenas explicaciones de los profesores, mientras que un 41% enfatiza el haber resuelto muchos ejercicios como factor determinante en su aprendizaje.
- Al referirse a su propio reconocimiento de los hechos que mejorarían sus posibilidades de mejores rendimientos, un 41% se inclina a favor de incrementar la ejercitación en clase, y un 36% a trabajar con una computadora.

Tareas para mejorar

En el segundo semestre se organizó un curso especial de la asignatura Matemática I para aquellos alumnos que tuvieron bajos rendimientos. Pusimos, en este momento, toda nuestra imaginación para el logro de mejores resultados.

El proceso de transformación permanente en que vivimos nos obliga a renovar la enseñanza teniendo en cuenta diferentes caminos didácticos y pedagógicos, así como la incorporación de las nuevas tecnologías. Asumiendo que los docentes tenemos un rol protagónico en este proceso de transformación y en el descubrimiento de nuevas formas de intervención, nos propusimos incorporar la computadora como auxiliar en el proceso de transferencia, no sin antes revisar su pertinencia para nuestros fines educativos y su potencial para corregir las dificultades y errores encontrados.

Las tendencias actuales en educación matemática, de corte constructivista, sostienen que se aprende matemática haciendo matemática y que en este camino hacia el conocimiento se debe alentar el descubrimiento, la creatividad y la confianza en sí mismo. En este contexto nos propusimos adoptar, adaptar e integrar las herramientas informáticas al trabajo cotidiano para hacerlo más eficaz y productivo. En particular, dados los inconvenientes que notamos en la discusión tanto en las representaciones gráficas de las funciones escalares algebraicas y trascendentes como en la interpretación de las transformaciones que en ellas se producen para diferentes parámetros es que diseñamos una guía de estudio sobre el tema *transformaciones de las funciones escalares.*

En esta guía empleamos como herramienta para su desarrollo un graficador matemático "Funciones para Windows 2.0" que permite la exploración, aprendizaje y aplicación de estos temas. Se incluyeron en este material varias funciones de uso frecuente en distintas disciplinas.

El uso de representaciones de carácter visual está fuertemente revalorizado en la enseñanza de la matemática. Nuestro propósito fue generar un material de apoyo creativo para que, merced a su interactividad, el educando pueda dirigir su aprendizaje, a su propio ritmo, con libertad para opinar, equivocarse, ensayar distintas formas de trabajo, sacar conclusiones, etc.

Además de todas las actividades propuestas coincidentes con las que se habían llevado adelante en Matemática I, los alumnos desarrollaron en el gabinete de computación las actividades propuestas en la guía en grupos de dos. Debían observar, reflexionar, discutir conclusiones, descubrir situaciones en común, establecer relaciones y, por último, conceptualizar. Los alumnos fueron instados a resolver por sí mismos los ejercicios planteados recibiendo de los docentes sólo mínimas ayudas sobre dudas que se les presentaban en el momento (se anexa al final parte de la guía).

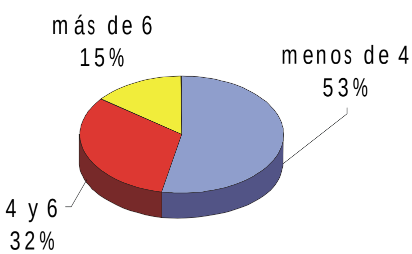
Nuevas opiniones

Después de realizado el trabajo en el gabinete se les solicitó a los alumnos que expresaran por escrito sus opiniones referidas a esta experiencia nueva. Algunas de ellas fueron:

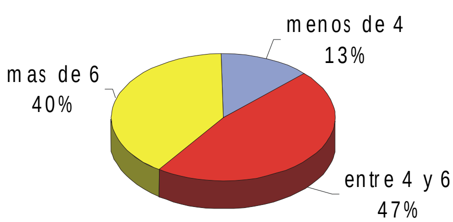
- *Me pareció muy dinámico, porque es rápido hacer gráficas y sacar conclusiones*
- Es positivo porque se pueden sacar conclusiones sin perder tiempo en las gráficas
- Es interesante, permite fijar los conocimientos y practicar
- Permite verificar los conocimientos y responder más rápido nuestras dudas
- Permite comprender mejor el tema
- *Habría que implementar este tipo de práctica para otros temas*

Se les tomó dos evaluaciones, una antes de asistir al taller en el gabinete de computación y la otra después de haber trabajado con la computadora, observándose una mejora en los resultados.

CALIFICACIONES ANTES DEL TALLER



CALIFICACIONES POST TALLER



Análisis de la mejora en las actitudes

Además de medir los logros en lo cognitivo nos interesamos en analizar cómo influyen en las actitudes de los alumnos hacia la matemática la metodología de trabajo empleada para la transferencia. Consideramos que esta evaluación de los aspectos actitudinales resultantes de un proceso de enseñanza y aprendizaje debe realizarse con el mismo entusiasmo y dedicación que el empleado para medir el rendimiento académico.

A tal efecto se diseñó una escala de actitudes sobre la base de las llamadas escalas de tipo Likert. Estas escalas aditivas corresponden a un nivel de medición ordinal, y están formadas por una serie de ítems o juicios ante los cuales se solicita la reacción del sujeto (por esto suelen llamarse "reactivos").

El estímulo que se presenta al sujeto representa la propiedad que el investigador está interesado en medir y las respuestas son solicitadas en términos de grados de acuerdo o desacuerdo que el sujeto tenga con la sentencia en particular. El método apunta a la utilización de ítems que son definitivamente favorables o desfavorables con relación al objeto de estudio. El puntaje final es interpretado como la posición del sujeto en una escala de actitudes que expresa un continuo con respecto al objeto de estudio.

A continuación damos un ejemplo de la escala utilizada, ésta ha sido elaborada teniendo en consideración la escala presentada por Auzmendi Escribano (1992), tomando como objeto de estudio las actitudes hacia el contenido de la matemática, esto es muy importante de delimitar para la elaboración y validación del instrumento.

Escala de actitudes hacia el tema: *Funciones escalares*

Esta escala pretende conocer tus actitudes hacia el tema funciones escalares. No persigue otro objetivo que el de mejorar nuestro trabajo. Te rogamos que contestes con confianza, señalando con una cruz tu opinión.

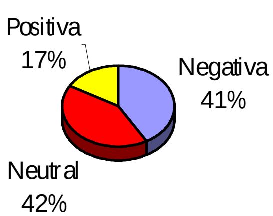
1. En desacuerdo
2. Neutral, ni de acuerdo ni en desacuerdo
3. De acuerdo

Por favor, contesta a todas las afirmaciones.

		De acuerdo	Neutral	En desacuerdo
1.	Considero muy útil este tema			
2.	El tema no se dio bien			
3.	No me asusta pensar que tendré que trabajar en este tema			
4.	Este tema me pareció entretenido			
5.	El tema me pareció demasiado teórico como para que pueda servirme de algo			
6.	Quiero tener más información sobre este tema			
7.	Este tema me intimida más que otros			
8.	Tengo confianza en que podré resolver bien los problemas de este tema			
9.	Este tema es divertido			
10.	Entender bien este tema puede ayudarme a entender otros temas interesantes			
11.	Cuando terminó la clase sentí que no sería capaz de resolver ningún problema de este tema			
12.	Me siento tranquilo porque entendí el tema			
13.	El tema es interesante y motivador			
14.	Espero no tener que usar mucho este tema más adelante			
15.	No deberíamos perder tiempo en temas como éstos, hay otros temas que son más importantes			
16.	Me pone nervioso pensar que tendré que estudiar este tema			
17.	No me molesta estudiar estos temas			
18.	Sería muy bueno que en otras materias se necesitara trabajar con este tema			
19.	Me provoca una gran satisfacción saber que tendré que trabajar en este tema			
20.	Creo que estudiar temas de este tipo es muy importante para mis próximos estudios			
21.	Me sentí incómodo y nervioso en esta clase			
22.	Si me lo propusiera podría resolver muy bien cualquier ejercicio de este tema			
23.	Si tuviera oportunidad estudiaría más sobre este tema			
24.	Este tema es muy poco interesante			

Es interesante observar los resultados, porque se produjo un aumento considerable de los alumnos con actitud positiva con respecto a una similar obtenida en el semestre anterior antes del desarrollo del tema, valiéndonos de un modelo didáctico sobre la base del uso del ordenador como recurso.

ACTITUDES ANTE EL TEMA FUNCIONES
ESCALARES CON EL MÉTODO TRADICIONAL



Anexo

Guía de trabajo:
transformaciones de las funciones escalares

- Los siguientes ejercicios los debes resolver utilizando el graficador "Funciones para Windows 2.0." Para todas las representaciones gráficas debes tener en cuenta las siguientes reglas:

Normas de sintaxis

Para escribir las funciones se deben seguir unas normas de sintaxis
La variable independiente la representaremos mediante X.
Se permite y recomienda el uso de paréntesis.
Las operaciones admitidas son:

+	Suma	PI o P: 3.141593
-	Diferencia	NE: 2.716282
*	Producto	
/	División	
^	Potencia	

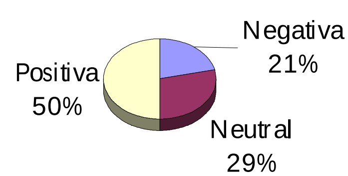
Las funciones permitidas y su sintaxis son:

SENO( ): Seno	radianes	LN( ):	Logaritmo Neperiano
COS( ): Coseno	"	EXP( ):	Exponencial e^x
TAN( ): Tangente	"	ABS( ):	Valor absoluto

Las reglas de prioridad son las conocidas. Recomendamos escribir todas las operaciones. Delante de paréntesis y de las funciones anteriores, no es necesario poner el signo de multiplicar, en el supuesto de que éste sea el caso.

Si necesitas más datos puedes recurrir a las ayudas del software.

ACTITUDES HACIA EL TEMA FUNCIONES
ESCALARES LUEGO DEL TALLER CON COMPUTADORA



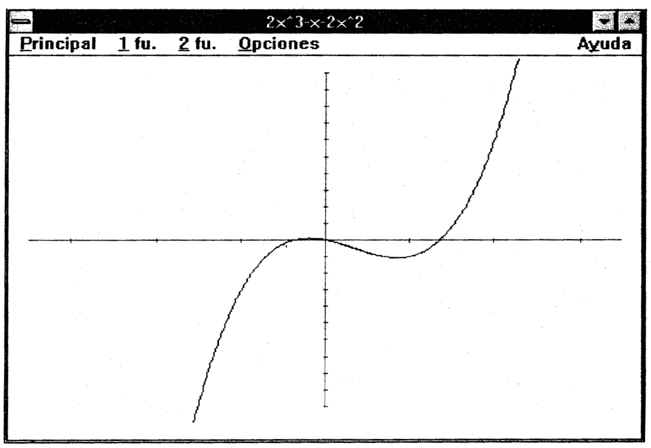
A) Funciones escalares algebraicas

1a) Dada la función F: R ® R / F(x) $=2x^3 - x - 2x^2$; representarla gráficamente.

Para ello sigue la siguiente secuencia:

- Respetando las normas de sintaxis introduce $2x^3 - x - 2x^2$ en el cuadro correspondiente a F(x).
- Considera los siguientes rangos y escalas para x e y.
- Haz "click" en *Aceptar* y tendrás la gráfica de la función.

Origen eje X	-3.5	Origen eje Y	-10
Unidad eje X	1	Unidad eje Y	1
Final eje X	3.5	Final eje Y	10



- Para volver "clickea" en *Principal* y luego en *Cambiar Funciones o Parámetros.*

Importante: *De aquí en adelante para simplificar denominaremos la función anterior simplemente F(x).*

1b) Grafica en el mismo sistema coordenado :

a) G(x) = F(x) + 3 b) H(x) = F(x) + 1
c) I(x) = F(x) - 2 d) J(x) = F(x) - 5
e) K(x) = F(x) + 5

Para ello introduce las ecuaciones en los 5 cuadros restantes. Si no quieres repetir siempre la expresión $2x^3 - x - 2x^2$, puedes ayudarte con los comandos "copiar" (Ctrol+c) y pegar (Ctrol +v).

Por ejemplo, para graficar la función pedida en a) "pinta" la expresión escrita en el cuadro de F(x) y aprieta las teclas "Ctrol" y "c" (para copiar). Ubica el cursor en el cuadro correspondiente a G(x) y aprieta las teclas "Ctrol" y "v" (para pegar). Finalmente escribe +3.

F(X) =	2x^3-x-2x^2
G(X) =	2x^3-x-2x^2 + 3
H(X) =	
J(X) =	

Observa las gráficas y completa:

- Hemos graficado siempre la misma función pero variando ____________________

Con respecto a la gráfica de F(x):

- La gráfica de la función G(x) se traslada __________ unidades hacia __________
- La gráfica de la función H(x) se traslada __________ unidades hacia __________
- La gráfica de la función I(x) se traslada __________ unidades hacia __________
- La gráfica de la función J(x) se traslada __________ unidades hacia __________
- La gráfica de la función K(x) se traslada __________ unidades hacia __________

2) Siguiendo el mismo procedimiento grafica:

F: R -{1} ® R / F(x) = $\dfrac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{3x - 3}$

tomando como unidad sobre los dos ejes: 1, rango para la variable x: -4,5 a 4,5 y rango para la variable y: -10 a 10.

Grafica en el mismo sistema 5 funciones que cambien con respecto a F(x) únicamente en el término independiente. ¿Se puede observar lo mismo que en el ejercicio 1?

CONCLUSIÓN: *(escribe con tus palabras la o las conclusiones a las que arribaste)*

3) Ingresar los siguientes datos y graficar la función:
R ® R / x ® $-4x^2 + 3$

Origen eje X	-6.5	Origen eje Y	-10
Unidad eje X	1	Unidad eje Y	1
Final eje X	6.5	Final eje Y	5
F(X) =	-4x^2+3		

Representar:

a) $G(x) = F(x+2)$ b) $H(x) = F(x+3,5)$
c) $I(x) = F(x-1,5)$ d) $J(x) = F(x-4)$
e) $K(x) = F(x-5)$

F(X) =	-4x^2+3
G(X) =	-4(x+2)^2+3

Observa las gráficas y contesta:

- Al sumar 2 unidades a la variable x, la gráfica de la función F(x) se traslada ________ unidades hacia la________
- Al sumar 3,5 unidades a la variable x, la gráfica de F(x) se traslada ________unidades hacia la ________
- Al restar 1,5 unidades a la variable x, la gráfica de F(x) se traslada ________ unidades hacia la ___________
- Al restar 4 unidades a la variable x, la gráfica de F(x) se traslada ________ unidades hacia la ___________
- Al restar 5 unidades a la variable x, la gráfica de F(x) se traslada ________ unidades hacia la ___________
- ¿La forma de la función sufre alguna transformación?

4) Grafica F: R ® R / $F(x)= -2x^5 + x$ y luego, en el mismo sistema:

a) $G(x) = F(x+3)$ b) $H(x) = F(x-1)$
c) $I(x) = F(x-2,5)$ d) $J(x) = F(x+0,5)$
e) $K(x) = F(x+1)$

Observa las gráficas y compara los resultados con los del ejercicio anterior.

Si, en general, graficamos F(x+c) ¿Cómo influye el parámetro c sobre la curva?
Si $c > 0$ ____
Si $c< 0$ ____

5) Representar gráficamente la función $F(x) = -2x^2 - 4x$, de dominio D = { ________ } y luego, en el mismo sistema:

$G(x) = 2.F(x)$ $H(x) = \frac{1}{2}.F(x)$

$I(x) = -2.F(x)$ $J(x) = -\frac{1}{2}.F(x)$

Elige los rangos que resulten adecuados para las funciones a representar.

Completa la siguiente tabla:

x	F(x)	G(x)	H(x)	I(x)	J(x)
-2					
-1					
0					
1					

Completa:

Para graficar $G(x) = 2.F(x)$ debemos ________ el valor de cada ordenada de F(x) por ________
Para graficar $H(x) = \frac{1}{2}.F(x)$ debemos ________ el valor de cada ordenada de F(x) por ________
Para graficar $I(x) = -2.F(x)$ debemos ________ el valor de cada ordenada de F(x) por ________
Para graficar $J(x) = -\frac{1}{2}.F(x)$ debemos ________ el valor de cada ordenada de F(x) por ________

B) Funciones escalares trascendentes

Función exponencial

1) Graficar en un mismo sistema cartesiano:

a) $F(x) = 3^x$ b) $G(x) = 2^x$

c) $H(x) = e^x$ d) $I(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

e) $J(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ f) $K(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

Atención: Para graficar la función del inciso c) debes introducir en el recuadro correspondiente a la función H(x): exp(x) y para el inciso f) : 1/ exp(x)

Observa las gráficas anteriores, correspondientes a una función de ecuación $y = a^x$ y contesta:

- Dominio D= { ____ } Conjunto Imagen CI= { ____ }
- para a > 1
- La gráfica es una función: ➲ creciente ➲ decreciente (tacha lo que no corresponde)
- La ordenada al origen es y = _________
- para a < 1
- La gráfica es una función: ➲ creciente ➲ decreciente (tacha lo que no corresponde)
- La ordenada al origen es y = _________
- Si comparas las gráficas de dos funciones donde los respectivos valores de a sean recíprocos ¿Qué conclusiones puedes obtener? ______________________
  ____
  ____
  ____

2) Representar en un mismo sistema las siguientes funciones $y = k.a^x$

a) $F(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ b) $G(x) = 2.\left(\frac{1}{4}\right)^x$

c) $H(x) = -3.\left(\frac{1}{4}\right)^x$ d) $I(x) = \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{4}\right)^x$

e) $J(x) = -\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{4}\right)^x$ f) $K(x) = -\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{4}\right)^x$

Completa:

Dominio D= { _________ }

Conjunto Imagen CI= { _________ }

Saquemos algunas conclusiones _________

¿Cómo influye el parámetro k sobre la curva?

- Si 0 < k < 1 ______________________________
- Si k > 1 ______________________________
- ¿Qué sucede si k es negativo? ________________
  ____

3) Representar en un mismo sistema las siguientes funciones:

a) $F(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ b) $G(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2$

c) $H(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1{,}5$ d) $I(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$

e) $J(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$ f) $K(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 0{,}5$

Si, en general, representamos $y = a^x + h$, ¿qué influencia tiene el parámetro h en la función con respecto a $y = a^x$?

- Si h > 0 ______________________________
- Si h < 0 ______________________________

4) Representar gráficamente:

a) $F(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ b) $G(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3}$

c) $H(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+5}$ d) $I(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}$

e) $J(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5}$ f) $K(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

- Si a la variable x le sumamos k unidades, la gráfica de $y = a^x$ se traslada ________ unidades hacia la ________
- Si a la variable x le restamos k unidades, la gráfica de $y = a^x$ se traslada ________ unidades hacia la ________

Función logarítmica

1) Representar la función $F(x) = \log_3 x$, y luego, en un mismo sistema

$G(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

2) Representar la función $F(x) = \log_4 x$, y luego, en un mismo sistema

$G(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

Atención: Para graficar cualquier función logarítmica cuya base no sea 10 o el número e, debes usar la fórmula de cambio de base: $\log_b x = \ln x / \ln b$

Por ejemplo, para graficar $\log_3 x$, introduce en el cuadro correspondiente a F(x): ln(x)/ln3

Cuando representamos la función $y = \log_a x$, *a* > 0 y a ¹ 1 :

- Si 0 < *a* < 1
  La función es : ➲ creciente ➲ decreciente (tacha lo que no corresponde)
  La ordenada al origen es y = ____________________
- Si *a* > 1
  La función es : ➲ creciente ➲ decreciente (tacha lo que no corresponde)
  La ordenada al origen es y = ____________________
- Si comparas las gráficas de dos funciones donde los respectivos valores de a sean recíprocos, ¿qué conclusiones puedes obtener? ____________________

Funciones trigonométricas

1) Considerando como dominio al conjunto D = [0, 2p] y conjunto imagen [-1, 1], grafique las funciones

a) F(x) = cos x	b) G(x) = cos 2x
c) H(x) = cos 3x	d) $I(x) = \cos \frac{1}{2} x$
e) $J(x) = \cos (-\frac{1}{2} x)$	f) $K(x) = \cos (-\frac{1}{3} x)$

- En general, cuando graficamos y = cos (cx) ¿Cómo influye el parámetro c en la curva? ________
  ____
  ¿Qué sucede si c es negativo?

2) Elige el dominio y conjunto imagen adecuado y grafica en un mismo sistema las funciones

a) F(x) = cos x	b) G(x) = 2cos x
c) H(x) = 3cos x	d) $I(x) = \frac{1}{2} \cos x$
e) $J(x) = -\frac{1}{2} \cos x$	f) $K(x) = -\frac{1}{3} \cos x$

Compara la gráfica de la función a) con las de los otros incisos y extrae conclusiones.

- Si *a* > 0 ______________________________
- Si *a* < 0 ______________________________

3) Grafica las funciones en un mismo sistema cartesiano:

a) F(x) = sen x	b) G(x) = sen (x - p)
c) H(x) = sen (x - 2p)	d) I(x) = sen (x + p)
e) J(x) = sen (x + 2p)	

Extrae conclusiones

4) Realiza un trabajo parecido al ejercicio 3 con funciones de la forma y = sen x + h y extrae conclusiones.

5) Elige una función y = a.sen c.(x - k) + h, con el dominio y conjunto de imágenes adecuado, y analiza la influencia de los parámetros

Bibliografía

AUZMENDI ESCRIBANO, E.

1992 *Las actitudes hacia la matemática. Estadística en las enseñanzas medias y universitaria,* Mensajero, España.

BEARD, R.

1980 *Pedagogía y didáctica de la enseñanza universitaria,* Oikos-tau, Barcelona.

COLL, C.; POZO, J.; SARABIA, B; VALLS, E.

1992 *Los contenidos de la Reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes,* Santillana, Madrid.

ESCAMEZ, J. ; ORTEGA, P

1986 *La enseñanza de actitudes y valores,* Nau, España.

GAIRÍN, J.

1994 *Las actitudes en educación,* Boixareu, Barcelona.

GIMÉNEZ, J.

1997 "Nunca es tarde para mejorar las actitudes: el caso de las fracciones", *Revista UNO,* Grao, España.

GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ, A.

1994 *Área de conocimiento. Didáctica de las ciencias exactas,* Síntesis, Madrid.

HERNÁNDEZ, R. ; GÓMEZ CHACÓN, I.

1997 "Las actitudes en educación matemática: Estrategias para el cambio", *Revista UNO,* Grao, España.

JOYCE, B.; WEIL, M.

1989 *Modelos de enseñanza,* Anaya, Madrid.

KILPATRICK, J.

1992 *Handbook of research on Mathematics Teaching and learning,* McMillan, Nueva York.

KILPATRICK J.; GÓMEZ, P.; RICO, L.

1995 *Educación matemática*, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

MIRÁS, M.; SOLÉ, Y.

1990 *La evaluación del aprendizaje y la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje,* Alianza, Madrid.

NICKERSON, R.S.; PERKINS, D.; SMITH, E.

1989 *Enseñar a pensar. Aspectos de la aptitud intelectual,* Paidós, Barcelona.

OLSON, J.

1990 *Computers and the Culture of de Classroom,* Pergamon, Oxford.

ORTON, A.

1990 *Didáctica de la matemática: Cuestiones, teoría y práctica en el aula,* Morata, Madrid.

RESNICK, L.; FORD, W.

1991 *La enseñanza de las matemáticas y su fundamento sicológico,* Paidós, Barcelona.

RICO, L.

1990 *Teoría y práctica en educación matemática,* Alfar, Madrid.

RIESMAN, D.; GUSFIELD, J.; GAMSON, Z.

1980 *Academic Values and Mass Education,* Doubleday, Nueva York.

SUMMERS, N.

1989 *Las actitudes en educación,* Trillas, Madrid.

TAPIA, A.

1991 *Motivación y aprendizaje en el aula,* Santillana, Madrid.

TRAVER, J. ; HERMINI SEGARRA

1997 "La enseñanza de la matemática y la construcción de actitudes", *Revista UNO,* Grao, España.